

## 6. ESERCIZI

Risolvi i seguenti problemi sulla retta.

### LIVELLO BASE

1. Fra le seguenti espressioni scegli quelle che rappresentano una retta motivando la risposta.

$$y = 3$$

$$y = 2x$$

$$y = x + 3$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$y = 3x^2$$

$$y = \frac{3}{x}$$

$$y = \frac{1}{3}$$

$$y = -x + \frac{1}{3}$$

$$y = 2x$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$$

$$y = -x^2 + 2$$

$$y = -2x + 1$$

$$y = x - \frac{3}{2}$$

$$y = -2x$$

$$y = x + \frac{1}{x}$$

$$y = 2x^2 + 3x$$

$$y = \frac{1}{2x}$$

$$y = -3$$

$$y = \frac{2x}{3}$$

$$y = -2x + \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 3$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$y = 2x^3$$

$$y = -x - 1$$

$$y = -x + 1$$

$$y = -\frac{1}{x}$$

$$y = -x$$

$$y = -\frac{3}{2}x$$

$$y = -\frac{3}{2x}$$

$$y = -\frac{3}{2}$$

$$y = -4x + 3$$

$$y = \frac{3}{x} + 2$$

2. Rappresenta in un riferimento cartesiano le seguenti rette.

a)  $y = -2x - 1$

c)  $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

b)  $y = -3x + 1$

d)  $x = -3$

e)  $y = -\frac{1}{3}x + 2$

f)  $y = -2x + 3$

g)  $x = 4$

h)  $y = 2x - 3$

i)  $x + 2y - 3 = 0$

j)  $y = \frac{x}{3} - 2$

k)  $y - 3 = 0$

l)  $y = \frac{2}{3}x + 2$

m)  $y = -2$

n)  $y = -2x - 1$

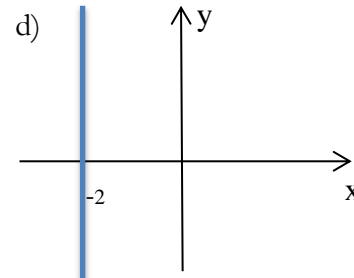
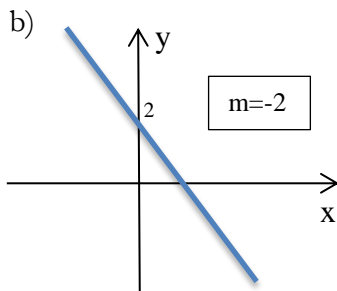
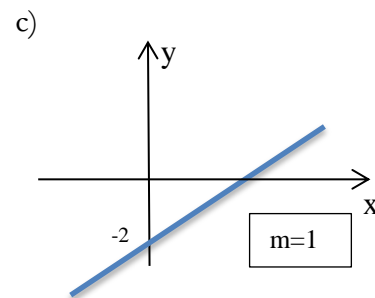
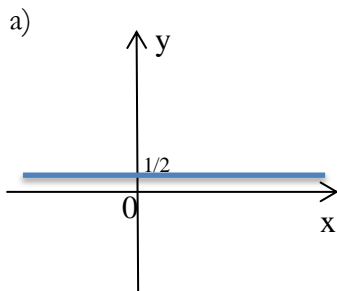
o)  $y - 2x + 3 = 0$

p)  $-2x + 2y - 6 = 0$

q)  $y = -\frac{1}{2}x + 5$

r)  $y = -7x$

3. Per ogni grafico scrivi l'equazione della retta che vi è rappresentata.



4. Determina le coordinate di almeno due punti che appartengono alla retta di equazione:

a)  $y = 3x$

b)  $y = -2x$

c)  $y = 2x - 1$

d)  $y = \frac{1}{2}x$

e)  $y = 3x + 1$

f)  $y = \frac{1}{3}x - 1$

Indica quali punti appartengono alla retta di cui è data l'equazione.

5.  $y = 4x - 3$      $A(2,4)$ ,  $B(1;1)$ ,  $C(0;0)$ ,  $D\left(\frac{1}{3}; -1\right)$

6.  $y = \frac{1}{2}x - 3$      $A(-2, -1)$ ,  $B(4; -1)$ ,  $C(0; -3)$ ,  $D(2; -1)$

7.  $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$   $A\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ ,  $B(-2; 3)$ ,  $C(1; 1)$ ,  $D\left(0; \frac{1}{3}\right)$
8.  $y = -2x + 1$   $A(2, -3)$ ,  $B(0; 0)$ ,  $C(1; 1)$ ,  $D\left(\frac{1}{2}; 0\right)$
9. Determina le coordinate di almeno due punti che appartengono alla retta di equazione:
- $y = 2x - 1$
  - $y = 2x + 1$
  - $y = \frac{1}{2}x - 2$
10. Scrivi in forma implicita le seguenti equazioni:
- $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
  - $y = -\frac{1}{2}x$
11. Dopo aver scritto in forma esplicita le seguenti equazioni, indica il coefficiente angolare e l'ordinata all'origine di ciascuna retta.
- $3x - y = 0$
  - $2x - y + 1 = 0$
  - $2y - 1 = 0$
  - $3y - 2 = 0$
  - $2x + y = 0$
  - $2x + 3y + 3 = 0$
  - $x - 4 = 0$
  - $4x - 2y - 3 = 0$
  - $x + y + 5 = 0$
12. Determina le rette parallele agli assi passanti per il punto  $P(-3; 1)$ .
13. Determina le rette parallele agli assi passanti per il punto  $P(1; -2)$ .
14. Determina la retta passante per l'origine e per il punto  $P(4; -1)$ .
15. Determina la retta passante per l'origine e per il punto  $P(-2; -3)$ .
16. Verifica che i punti  $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$  e  $B(2; -1)$  appartengono alla retta di equazione  $y = -\frac{1}{2}x$  e che il rapporto tra le ordinate e le loro ascisse coincide con il coefficiente angolare della retta.
17. Scrivi l'equazione della retta passante per l'origine e coefficiente angolare  $m$ .
- $m = -1$
  - $m = \frac{1}{4}$
  - $m = 1$
  - $m = \frac{3}{10}$
  - $m = -\frac{3}{2}$
  - $m = 0$
18. Sono dati quattro punti A, B, C, D. Uno di essi non appartiene alla retta degli altri tre, passante per l'origine. Quale?

<b>A</b>	$(1; 1)$	$\left(\frac{3}{10}; -1\right)$	$\left(-\frac{1}{3}; \frac{3}{4}\right)$	$(-6; 9)$	$(2; 2)$
<b>B</b>	$(-1; -1)$	$(3; 10)$	$(1; -4)$	$\left(2; -\frac{4}{3}\right)$	$(-1; -1)$
<b>C</b>	$(2; -2)$	$(0; 0)$	$\left(\frac{1}{2}; -2\right)$	$(3; -2)$	$(3; -3)$
<b>D</b>	$(-2; -2)$	$\left(1; -\frac{10}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{4}; 1\right)$	$\left(1; -\frac{2}{3}\right)$	$(-4; -4)$

19. Scrivi l'equazione della retta  $r$  passante per l'origine degli assi e per il punto  $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ . Trova poi altri tre punti appartenenti alla retta  $r$ .

$$S = \left\{y = -\frac{3}{2}x\right\}$$

20. Determina la pendenza  $m$  del segmento individuato dalle seguenti coppie di punti A e B.

<b>A</b>	$(0; 1)$	$(2; 3)$	$\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$	$(-2; 5)$
<b>B</b>	$(3; -1)$	$(4; 6)$	$\left(-3; \frac{1}{5}\right)$	$\left(\frac{1}{4}; 1\right)$
<b>m</b>				

21. Completa la coordinata mancante in modo che i segmenti AB abbiano la pendenza  $m$  indicata.

<b>A</b>	$(0; 1)$	$(\dots; 3)$	$(-2; 2)$	$(1; 1)$	$(\dots; 0)$
<b>B</b>	$(3; \dots)$	$(2; -1)$	$(3; \dots)$	$(2; \dots)$	$(4; 3)$
<b>m</b>	2	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$

22. Verificare se le terne di punti sono tra loro allineate.

<b>A</b>	$(0; 1)$	$(5; 0)$	$\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{4}\right)$	$(1; 1)$	$(-6; 2)$
<b>B</b>	$(3; 2)$	$(0; 3)$	$(-2; 3)$	$(2; -2)$	$(-1; 0)$
<b>C</b>	$(7; 4)$	$(5; 6)$	$\left(4; \frac{12}{5}\right)$	$(-3; 0)$	$(7; -3)$

23. Determina il coefficiente angolare delle seguenti rette e indica se si tratta di funzioni lineari crescenti, decrescenti o costanti.

a)  $y = 2x + 1$

b)  $y = -2x + 1$

c)  $y = 4x + 5$

d)  $y = -4$

e)  $y = -\frac{2}{3}x + 1$

f)  $y = \frac{2x}{3} + 1$

g)  $y = -2 + 3x$

h)  $y = 5$

i)  $y = -5x + 4$

j)  $y = \frac{3}{2}$

k)  $y = -x + 1$

l)  $y = -\frac{1}{2}$

24. Stabilisci se esiste sulla retta di equazione  $y = -4x + 2$  un punto di

a) ordinata nulla;

b) ascissa nulla.

$$S = \left\{ a) \text{ se } y = 0 \text{ allora } x = \frac{1}{2}; b) \text{ se } x = 0 \text{ allora } y = 2 \right\}$$

25. I punti  $A$  e  $B$  si trovano sulla retta di equazione  $y = 4x - 1$ . Sapendo che le loro ordinate sono rispettivamente  $-13$  e  $15$ , determina le loro ascisse.

$$S = \{A(-3; -13); B(4; 15)\}$$

26. I punti  $P$  e  $Q$  si trovano sulla retta di equazione  $y = -3x + 2$ . Sapendo che le loro ordinate sono rispettivamente  $5$  e  $-4$ , determina le ascisse.

$$S = \{A(14; -4); B(-13; 5)\}$$

27. Scrivi l'equazione della retta passante per il punto  $A(-3; 4)$  e coefficiente angolare:

a)  $m = 2$

b)  $m = -2$

c)  $m = \frac{1}{2}$

d)  $m = -\frac{1}{2}$

e)  $m = 0$

f)  $m = \frac{3}{2}$

g)  $m = -\frac{2}{3}$

28. Determina il coefficiente angolare delle rette individuate da ciascuna delle seguenti coppie di punti.

a)  $A(2; 3)$  e  $B(-1; 4)$

b)  $A(-2; 4)$  e  $B(-2; 6)$

c)  $A(-2; 1)$  e  $B(4; 1)$

d)  $A(3; 7)$  e  $B(7; 3)$

e)  $A(-3; 5)$  e  $B(-2; 5)$

f)  $A(4; -4)$  e  $B(2; -4)$

g)  $A(3; -1)$  e  $B(3; 4)$

h)  $A(-2; -1)$  e  $B(2; 1)$

i)  $A\left(2; -\frac{3}{4}\right)$  e  $B\left(1; \frac{1}{4}\right)$

29. Calcola il coefficiente angolare della retta passante per i punti:

a)  $A(4; 2)$  e  $B(2; 4)$

b)  $A(-5; 3)$  e  $B(2; 3)$

c)  $A(3; 2)$  e  $B(-3; -2)$

$$S = \left\{ a) m = -1; b) m = 0; c) m = \frac{2}{3} \right\}$$

**30.** Determina l'equazione della retta passante per le seguenti coppie di punti:

- a)  $A(0; 0)$  e  $B(3; 1)$
- b)  $A(0; -1)$  e  $B(3; 0)$
- c)  $A(5; 1)$  e  $B(5; -2)$
- d)  $A(2; 3)$  e  $B(-2; 4)$
- e)  $A(3; 0)$  e  $B(-1; 0)$
- f)  $A(5; 1)$  e  $B(-2; 1)$
- g)  $A(-1; 4)$  e  $B(4; -1)$

**31.** Determina le equazioni delle rette individuate dalle seguenti coppie di punti e rappresentale nel piano cartesiano:

- a)  $A(5; 2)$  e  $B(5; -2)$
- b)  $A(2; 3)$  e  $B(-4; 3)$
- c)  $A(5; 0)$  e  $B(0; 5)$

**32.** Scegli, fra le seguenti rette, le coppie di rette parallele, motivando la scelta.

$$y = 3x - 2 \quad y = x - 2 \quad y = -3x + 2 \quad y = 3x \quad y = -3x \quad y = x + 2$$

**33.** Scegli, fra le seguenti rette, le coppie di rette parallele, motivando la scelta.

$$y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{3} \quad y = 5x - \frac{2}{3} \quad y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{3} \quad y = \frac{1}{5}x \quad y = -\frac{2}{3}x \quad y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

**34.** Scegli, fra le seguenti rette, le coppie di rette perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = 3x - 2 \quad y = -3x \quad y = \frac{1}{3}x \quad y = -\frac{1}{3}x \quad y = 3x + \frac{1}{2} \quad y = -3x + 2$$

**35.** Scegli, fra le seguenti rette, le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = -6x + 2 \quad y = 6x \quad y = -6x \quad y = \frac{1}{6}x \quad y = -\frac{1}{6}x \quad y = 6x + 2 \quad y = -6x - 1$$

**36.** Scegli, fra le seguenti rette, le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = -6x + 2 \quad y = 6x \quad y = -6x \quad y = \frac{1}{6}x \quad y = -\frac{1}{6}x \quad y = 6x + 2 \quad y = -6x - 1$$

**37.** Scegli, fra le seguenti rette, le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = -6x + 2 \quad y = 6x \quad y = -6x \quad y = \frac{1}{6}x \quad y = -\frac{1}{6}x \quad y = 6x + 2 \quad y = -6x - 1$$

**38.** Scegli, fra le seguenti rette, le coppie di rette parallele o perpendicolari, motivando la scelta.

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \quad y = \frac{3}{2}x \quad y = \frac{2}{3}x \quad y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{5} \quad y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \quad y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

39. Scrivi l'equazione della retta passante per il punto  $A(2; 3)$  e parallela alla retta di equazione:

- a)  $y = 3x - 1$
- b)  $x - 3y + 3 = 0$
- c)  $y = -x + 4$
- d)  $2x - y + 3 = 0$
- e)  $x - 2y = 0$
- f)  $x - 5 = 0$
- g)  $y = -4$

40. Scrivi l'equazione della retta passante per il punto  $A(1; -4)$  e perpendicolare alla retta di equazione:

- a)  $3x - 2 = 0$
- b)  $3x - 2y + 4 = 0$
- c)  $y = -3x + 1$
- d)  $y - 3 = 0$
- e)  $x - 3y = 0$
- f)  $x + y - 2 = 0$
- g)  $-x + y + 5 = 0$

41. Determina i punti di intersezione delle seguenti coppie di rette:

- a)  $x = 4$  e  $y = 3x$
- b)  $y = -2$  e  $2x + y = 0$
- c)  $y = x$  e  $y = 2x - 3$
- d)  $y = x + 1$  e  $y = -2x + 3$
- e)  $2x - 3y + 6 = 0$  e  $x + 3y + 3 = 0$
- f)  $x + y - 5 = 0$  e  $2x + y + 1 = 0$

$$S = \left\{ a) P(4; 12); b) P(1; -2); c) P(3; 3); d) P\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right); e) P(-3; 0); f) P(-6; 11) \right\}$$

42. Trova le coordinate dei vertici del triangolo i cui lati hanno le seguenti equazioni:

$$y = 6; \quad y = 2x; \quad x + y - 3 = 0 \qquad S = \{A(3; 6); B(-3; 6); C(1; 2)\}$$

43. Determina le coordinate dei vertici ed il perimetro del triangolo i cui lati hanno le seguenti equazioni:  $2x + y = 5$ ;  $x - y - 1 = 0$ ;  $x + 2y + 5 = 0$

$$S = \{A(2; 1); B(-1; -2); C(5; -5); 2p = 3(\sqrt{2} + 2\sqrt{5})\}$$

44. Rappresenta graficamente le seguenti coppie di rette e determina le coordinate del loro punto d'intersezione:

a)  $x + y - 1 = 0$  e  $2x - y - 5 = 0$       b)  $2x + 3y - 6 = 0$  e  $x - y + 2 = 0$   
 c)  $y = 2x + 1$  e  $4x - 2y + 5 = 0$       d)  $x - 2y = 0$  e  $y = 3x - 1$

$$S = \left\{ a) P(2; -1); b) P(0; 2); c) \text{ non esiste (perchè?)}; d) P\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right) \right\}$$

45. Determina la distanza del punto  $P(1; 4)$  dalla retta di equazione  $2x - 2y + 1 = 0$ .  $S = \left\{ \frac{5\sqrt{2}}{4} \right\}$

46. Determina la distanza del punto  $P(-2; -4)$  dalla retta di equazione  $3x + 4y + 2 = 0$   
 $S = \{4\}$

47. Determina la distanza del punto  $P(2; 3)$  dalla retta di equazione  $2x - y - 1 = 0$   $S = \{0\}$

48. Determina la distanza dei seguenti punti dalle rette accanto indicate:

a)  $A(-2; 7)$        $x + y + 1 = 0$       b)  $A(-1; -5)$        $2x - y + 2 = 0$   
 c)  $A(8; 4)$        $x - 9 = 0$       d)  $A(2; -5)$        $y = -2$   
 e)  $A(2; 6)$        $y = x$       f)  $A(0; -3)$        $3x + 4y - 8 = 0$

$$S = \{a) 3\sqrt{2}; b) \sqrt{5}; c) 1; d) 3; e) 2\sqrt{2}; f) 4\}$$

49. Calcola la distanza dei seguenti punti dalle rette accanto indicate:

a)  $A(-1; 3)$        $2x + y - 2 = 0$       b)  $A(-1; -2)$        $2x + y + 4 = 0$   
 c)  $A(2; 1)$        $x + y - 1 = 0$       d)  $A(0; -1)$        $-x + y = 0$

$$S = \left\{ a) \frac{\sqrt{5}}{5}; b) 0 \text{ (perchè?)}; c) \sqrt{2}; d) \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

50. Calcola la distanza fra le due rette parallele di equazione  $x + 2y - 2 = 0$  e  $x + 2y + 3 = 0$ .

$$S = \{\sqrt{5}\}$$

51. Calcola la distanza fra le due rette parallele di equazione  $y = 3x - 4$  e  $y = 3x + 1$ .

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{10}}{2} \right\}$$

52. Verifica che le rette di equazione  $9x + 6y = -7$  e  $2x - 3y + 3 = 0$  sono perpendicolari e calcola le coordinate del loro punto di intersezione.

$$S = \left\{ P\left(-1; \frac{1}{3}\right) \right\}$$

53. Verifica che le rette di equazione  $y = \frac{3}{2}x$  e  $2x + 3y - 3 = 0$  sono perpendicolari e calcola le coordinate del loro punto di intersezione.

$$S = \left\{ P\left(\frac{6}{13}; \frac{9}{13}\right) \right\}$$

54. Determina le equazioni delle rette passanti per il punto  $P(1, 2)$  che verificano le seguenti



condizioni:

- a) parallela alla retta  $y = 3x$
- b) parallela alla retta  $y = -4$
- c) parallela alla retta  $y = -2x - 3$
- d) parallela alla retta  $x - 3 = 0$
- e) perpendicolare alla retta  $x - y - 1 = 0$
- f) perpendicolare alla retta  $2x + 3y - 2 = 0$
- g) perpendicolare alla retta  $x + 3 = 0$
- h) perpendicolare alla retta  $y = 4$
- i) passante per l'origine degli assi
- j) passante per il punto  $T(-1; 3)$

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } y = 3x - 1; \text{ b) } y - 2 = 0; \text{ c) } 2x + y - 4 = 0; \text{ d) } x = 1; \text{ e) } y + x - 3 = 0; \\ \text{f) } 3x - 2y + 1 = 0; \text{ g) } y = 2; \text{ h) } x - 1 = 0; \text{ i) } y = 2x; \text{ j) } x + 2y - 5 = 0 \end{array} \right\}$$

**55.** Dire se le seguenti coppie di rette sono incidenti, parallele, oppure perpendicolari:

- a)  $y = 2x - 1$  e  $y = x - 7$
- b)  $2x - y = 0$  e  $4x - 2y + 7 = 0$
- c)  $3x + 2y - 1 = 0$  e  $6x + 4y - 2 = 0$
- d)  $y = 3x - 1$  e  $6x - 2y + 1 = 0$

**56.** Scrivi l'equazione della retta passante per  $P(-2; 1)$  e perpendicolare alla retta passante per i punti  $A(-3; 1)$  e  $B(1; 5)$ .

$$S = \{y = -x - 1\}$$

**57.** Dati il punto  $A(0; 4)$  e la retta  $2x + 3y - 6 = 0$ , determina le rette per A e rispettivamente parallela e perpendicolare alla retta data.

$$S = \{2x + 3y - 12 = 0; 3x - 2y + 8 = 0\}$$

**58.** Data la retta  $2x - 5y + 1 = 0$ , scrivi l'equazione:

- a) di una retta ad essa parallela
- b) di una retta ad essa perpendicolare
- c) di una retta ad essa incidente, ma non perpendicolare.

### LIVELLO INTERMEDIO

**59.** Dati i punti  $A(3, 2)$ ,  $B(1; -1)$ ,  $C(-3; 5)$ , determina:

- a) Le equazioni dei lati del triangolo ABC;
- b) Le equazioni delle mediane del triangolo ABC.

$$S(a) = \{3x - 2y - 5 = 0; x + 2y - 7 = 0; 3x + 2y - 1 = 0\}$$

$$S(b) = \{9x + 2y - 7 = 0; y = 2; 9x + 10y - 23 = 0\}$$

60. Utilizza i coefficienti angolari per verificare che il triangolo di vertici  $A(1; -3)$ ,  $B(5; 3)$  e  $C(0; 2)$  è rettangolo.
61. Dato il triangolo di vertici  $A(1; 0)$ ,  $B(3; 1)$  e  $C(0; 3)$ , determina le equazioni dei lati del triangolo e calcolane perimetro ed area.

$$S = \left\{ x - 2y - 1 = 0; 2x + 3y - 9 = 0; 3x + y - 3 = 0; \text{area} = \frac{7}{2} \right\}$$

62. Dati i punti  $A$  e  $B$ , determina la coordinata mancante dei punti  $C$  e  $D$  in modo che appartengano alla retta  $AB$ .

<b>A</b>	$\left(1; -\frac{1}{2}\right)$	$(2; -3)$	$(-3; 3)$
<b>B</b>	$(-2; 3)$	$(4; 1)$	$\left(4; \frac{2}{3}\right)$
<b>C</b>	$(x; 2)$	$(x; -4)$	$(x; 2)$
<b>D</b>	$(-1; y)$	$(3; y)$	$(-1; y)$

63. Dati i punti  $A\left(-4; \frac{5}{2}\right)$  e  $B(2; -3)$ , determina:

- le equazioni delle rette  $OA$ ,  $OB$ ,  $AB$ .
- la parallela all'asse delle ordinate passante per  $B$ ;
- la parallela all'asse delle ascisse passante per  $A$ .

$$S = \left\{ a) y = -\frac{3}{2}x, y = -\frac{5}{8}x, 11x + 12y + 14 = 0; b) x = 2; c) y = \frac{5}{2} \right\}$$

64. Determina l'equazione delle rette passanti per il punto  $P(-5; -3)$  e:

- passante per l'origine;
- parallela all'asse delle ascisse;
- parallela all'asse delle ordinate.

$$S = \left\{ a) y = \frac{3}{5}x; b) y + 3 = 0; c) x = -5 \right\}$$

65. Dati i punti  $A(3; 1)$  e  $B(0; 2)$ . Se  $A'$  è il simmetrico di  $A$  rispetto all'origine e  $B'$  è il simmetrico di  $B$  rispetto all'asse  $x$ , determina le equazioni delle rette  $AB$ ,  $A'B'$ ,  $AB'$  e  $A'B$ .

$$S = \{ x + 3y = 6; x + 3y = -6; x - y = 2; x - y = -2 \}$$

66. Dati i punti  $A(2; 3)$ ,  $B(-3; 4)$  e  $C(0; 1)$ . Determina:

- l'equazione della retta  $AB$ ;
- l'equazione della retta  $AC$ ;
- l'equazione della retta parallela ad  $AC$  passante per  $B$ ;

d) l'equazione della retta parallela ad  $AB$  passante per  $C$ .

$$S = \{a) x + 5y = 17; b) x - y + 1 = 0; c) -x + y = 7; d) x + 5y - 5 = 0\}$$

**67.** Determina i vertici di un triangolo che ha due lati sugli assi cartesiani e il terzo lato sulla retta di equazione  $2x + 3y - 6 = 0$ .

$$S = \{A(0; 0); B(3; 0); C(0; 2)\}$$

**68.** Dato il triangolo di vertici  $A(-4; 1)$ ,  $B(6; 2)$  e  $C(-1; 8)$ . Verifica che il segmento che unisce i punti medi di due lati è parallelo al terzo lato e misura la metà di esso.

**69.** Dimostra che il quadrilatero che ha per vertici i punti  $A(-2; -2)$ ,  $B(-4; 2)$ ,  $C(1; 4)$  e  $D(3; 0)$  è un parallelogramma. Verificare inoltre se le diagonali sono perpendicolari.

**70.** In un piano cartesiano si rappresentino le rette  $r: 2x - y + 7 = 0$  e  $s: y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ :

- cosa puoi dire della posizione reciproca delle due rette?
- Individua il punto  $B$  su  $r$  di ordinata 1 e calcola l'ascissa.
- Sapendo che  $C$  è un punto sulla retta  $s$  e  $A$  è il punto di coordinate  $(-1; 5)$ , trova  $C$  affinché il triangolo  $ABC$  sia isoscele. Dimostra poi che il triangolo  $ABC$  è rettangolo.
- Calcola le coordinate del punto medio  $M$  del segmento  $BC$ , e del punto  $E$  simmetrico di  $A$  rispetto a  $M$ . Che caratteristiche ha il quadrilatero  $ABEC$ ?

$$S = \{b) B(-3; 1); c) C(3; 3); d) M(0; 2), E(1; -1)\}$$

**71.**  $ABC$  è un triangolo di vertici  $A(4; 0)$ ,  $B(0; 3)$  e  $C(1; -1)$ . Determina:

- le equazioni delle mediane del triangolo;
- le equazioni degli assi dei lati;
- le equazioni delle altezze.

$$S = \{a) 5x - 2y = 7; 7x + 5y - 15 = 0; 2x + 7y = 8\}$$

$$S = \{b) 8x - 6y = 7; 3x + y - 7 = 0; 2x - 8y = -7\}$$

$$S = \{c) x - 4y - 4 = 0; 4x - 3y - 7 = 0; 3x + y - 3 = 0\}$$

**72.** Dopo aver verificato che il triangolo di vertici  $A(1; 1)$ ,  $B(4; 7)$  e  $C(-5; 4)$  è rettangolo e isoscele, determina le equazioni dei lati, della mediana e dell'altezza che escono dal vertice dell'angolo retto.

$$S = \{2x - y - 1 = 0; x + 2y - 3 = 0; -x + 3y = 17\}$$

$$S = \{3x + y = 4; 3x + y - 4 = 0\}$$

**73.** Dati i punti  $A(1; 5)$ ,  $B(5; 1)$ ,  $C(3; -1)$  e  $D(1; 1)$  verifica che:

- le rette  $AD$  e  $DB$  sono perpendicolari
- le rette  $AB$  e  $CD$  sono parallele

74. Determina l'equazione della retta passante per il punto d'intersezione delle rette  $r: 2x + 3y - 1 = 0$  e  $s: x - 2y + 3 = 0$  e per l'origine degli assi.  $S = \{x + y = 0\}$
75. Determina l'equazione della retta passante per il punto d'intersezione delle rette  $r: 2x + 3y - 1 = 0$  e  $s: x - 2y + 3 = 0$  e parallela alla retta  $y = -3x + 1$ .  $S = \{y = -3x - 2\}$
76. Determina l'equazione della retta passante per il punto  $P$ , intersezione delle rette di equazione  $2x - 3y + 1 = 0$  e  $2x + y - 4 = 0$ , parallela a quella di equazione  $6x - 2y - 3 = 0$ .  $S = \{24x - 8y - 23 = 0\}$

### LIVELLO AVANZATO

77. Dati i punti  $A\left(-3; \frac{1}{4}\right)$ ,  $B(2; -5)$  e  $C(1; a)$ , determina  $a$  in modo tale che  $C$  appartenga alla retta  $AB$ .
78. Determina l'equazione dell'asse del segmento di estremi  $A(3; 0)$  e  $B(-3; 2)$ .  $S = \{y = 3x + 1\}$
79. Determina l'equazione dell'asse del segmento di estremi  $A(1; -2)$  e  $B(-4; 1)$ .  $S = \{5x - 3y + 6 = 0\}$
80. Fra le rette parallele alla retta di equazione  $3x + 4y = 0$ , determina quelle sulle quali gli assi cartesiani staccano un segmento di lunghezza 5.  $S = \{3x + 4y + 12 = 0; 3x + 4y - 12 = 0\}$
81. Determina per quale valore di  $k$  la retta di equazione  $y = (2k - 1)x$ :
- a) passa per il punto  $P(4; 1)$
  - b) coincide con l'asse delle ascisse;
  - c) coincide con l'asse delle ordinate.  $S = \left\{a) k = \frac{5}{8}; b) k = \frac{1}{2}; c) impossibile\right\}$
82. Determina  $k$  in modo che la retta passante per i punti  $A(k; 2)$  e  $B(-3; 1)$  sia :
- a) parallela alla retta passante per i punti  $C(-2; 3)$  e  $D(-3; -2)$ ;
  - b) perpendicolare alla retta passante per i punti  $E(2; 1)$  e  $F(-3; 2)$ .  $S = \left\{a) -\frac{14}{5}; b) -\frac{14}{5}\right\}$
83. Date le due rette:  $x + 2y - 8 = 0$  e  $3x + (k - 1)y + 3 = 0$ , determina per quale valore di  $k$  sono perpendicolari.  $S = \left\{k = -\frac{1}{2}\right\}$

84. Date le due rette:  $3x - y + 6 = 0$  e  $(k - 1)x - (3k - 2)y + 8 = 0$ , determina per quale valore di  $k$  sono parallele.

$$S = \left\{ k = \frac{5}{8} \right\}$$

85. Determina per quale valore di  $a$  le due rette  $3x - y - 1 = 0$  e  $x + (a + 2)y - 5 = 0$  risultano parallele.

$$S = \left\{ a = -\frac{7}{3} \right\}$$

86. Determina per quale valore di  $a$  le due rette  $x + 2y - 7 = 0$  e  $(a + 1)x + (a - 2)y + 3 = 0$  risultano perpendicolari.

$$S = \{ a = 1 \}$$

87. Date le due rette:  $2x + (4 + 3k)y + 8 = 0$  e  $(2k + 1)x - y = 0$ , determina:

- a) per quale valore di  $k$  sono perpendicolari;
- b) per quale valore di  $k$  sono parallele;
- c) nel caso fossero perpendicolari determina il loro punto d'intersezione.

$$S = \left\{ a) k = 2; b) \text{ nessun valore di } k; c) P\left(-\frac{2}{13}; -\frac{10}{13}\right) \right\}$$

88. Determina l'equazione del luogo geometrico dei punti del piano equidistanti dai punti  $A\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$  e  $B\left(4; -\frac{5}{2}\right)$

$$S = \{ y = x - 2 \}$$

89. Calcola l'area del triangolo di vertici  $A(1; 3)$ ,  $B(-1; 2)$  e  $C(3; -3)$

$$S = \{ \text{area} = 7 \}$$

90. Determina le coordinate dell'ortocentro (punto di incontro delle altezze) del triangolo di vertici  $A(2; 1)$ ,  $B(2; 6)$  e  $C(8; 3)$ .

$$S = \{ P(3; 3) \}$$

91. Determina le coordinate del baricentro (punto di incontro delle mediane) del triangolo individuato dalle rette  $r$ ,  $s$  e  $t$ :

$$r: x + 2y - 6 = 0$$

$$s: 5x + y - 3 = 0$$

$$t: y = -2x$$

$$S = \left\{ P\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \right\}$$

92. Tre vertici consecutivi di un parallelogramma sono  $O(0; 0)$ ,  $A(4; 1)$  e  $B(6; 3)$ . Determina le coordinate del quarto vertice  $C$  e l'area del parallelogramma.

$$S = \{ C(2; 2); \text{area} = 6 \}$$

93. In un triangolo isoscele  $ABC$  di base  $BC$  due vertici hanno coordinate  $B(1; 4)$ ,  $C(-3; 2)$  e il terzo vertice  $A$  appartiene alla retta di equazione  $3x + y - 3 = 0$ . Calcola il perimetro e l'area del triangolo  $ABC$ .

$$S = \{ A(2; -3); 2p = 2(5\sqrt{2} + \sqrt{5}); \text{area} = 15 \}$$

94. In un rombo il centro è nel punto  $Q(1;1)$  e due vertici consecutivi sono nei punti  $A(-2;4), B(-1,-1)$ . Si determini:

- le coordinate degli altri due vertici e le equazioni delle rette a cui appartengono le diagonali;
- le misure del perimetro e l'area del rombo.

$$S = \{ a) C(4; -2), D(3; 3); x + y - 2 = 0, x - y = 0; b) 2p = 4\sqrt{26}; area = 24 \}$$

95. In un parallelogramma due vertici opposti hanno coordinate  $A(1;4), C(-1;-1)$  e due lati consecutivi hanno rispettivamente equazione  $x - y + 3 = 0$  e  $2x + y - 6 = 0$ .

Determina gli altri due vertici  $B$  e  $D$  del parallelogramma e l'equazione delle diagonali.

$$S = \{ B(-2; 1), D(2; 2); 5x - 2y + 3 = 0, x - 4y + 6 = 0 \}$$

96. Dati i punti  $A(1;5), B(5;1), C(3;-1)$  e  $D(1;1)$  determina:

- le misure di  $AD, BD, CD$  e  $BC$  e dimostra che  $D$  appartiene all'asse del segmento  $AB$  e all'asse di  $BD$ ;
- che tipo di quadrilatero è  $ABCD$  e calcola perimetro ed area.

97. Un'impresa sostiene, per la produzione di una data merce, una spesa fissa settimanale di 6000 € e un costo di produzione di 30 € al kg. Sapendo che la merce è venduta a 70 € al Kg, determina l'espressione analitica del guadagno in funzione della quantità prodotta e rappresentala graficamente.

98. Un utente può scegliere fra due tariffe per la fornitura di metano:

- tariffa A: 0,45 € al  $m^3$  più 55 € di spese fisse al mese;
- tariffa B: 0,6 € al  $m^3$  più 40 € di spese fisse al mese.

Scrivere per ciascuna tariffa, la spesa mensile in funzione del consumo e indicare quale sarà la scelta più conveniente per l'utente.

99. Una ditta di trasporti prevede tre tipi di contratto per la spedizione della merce, al variare del peso,  $x$  espresso in quintali. La spesa  $y$  del cliente, espressa in euro, viene individuata dalle seguenti funzioni:

$$A: y = 200x + 400$$

$$B: y = 400x$$

$$C: y = 150x + 600$$

Individua al variare di  $x$  la scelta più conveniente per il cliente, sapendo che la merce non può superare i 10 quintali.

$$S = \{ \text{se } 0 \leq x \leq 2 \text{ conviene } B; \text{ se } 2 \leq x \leq 4 \text{ conviene } A;}$$

$$\text{se } x \geq 4 \text{ conviene } C \}$$

- 100.** Ad un dipendente sono vengono proposte tre modalità di stipendio lordo:

A: 2000 € di stipendio fisso al mese

B: 1000 € al mese più 50 unità di prodotto venduta

C: 90 € per ogni unità di prodotto venduta, ma nessuno stipendio base.

Calcola al variare delle unità di prodotto venduto, la modalità più conveniente.

$$S = \{ \text{se } 0 \leq x \leq 20 \text{ conviene A; se } 20 \leq x \leq 25 \text{ conviene B; se } x \geq 25 \text{ conviene C} \}$$

- 101.** Un'azienda che produce scarpe da calcio può utilizzare tre cicli produttivi che hanno i seguenti costi:

A: 30 € al paio

B: 20 € al paio più 1600 € di spese fisse

C: 25 € al paio più 500 € di spese fisse.

Determina il ciclo più conveniente, al variare del numero di paia di scarpe prodotte, sapendo che non si possono confezionare più di 400 paia di scarpe al giorno.

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{se } 0 \leq x \leq 100 \text{ conviene A; se } 100 \leq x \leq 220 \text{ conviene C;} \\ \text{se } 220 \leq x \leq 400 \text{ conviene B} \end{array} \right\}$$

- 102.** In un'agenzia di pratiche automobilistiche viene offerto un lavoro che consiste nella compilazione di moduli per l'evasione di particolari pratiche. Gli vengono proposte due forme di calcolo dello stipendio:

A: 800 € mensili più 5 € per ogni pratica evasa;

B: 1500 € mensili.

Tenendo presente che non si possono evadere meno di 60 pratiche, quale sarà la scelta più conveniente per il nuovo dipendente?

$$S = \{ x \in \mathbb{N} : \text{se } 60 \leq x \leq 140 \text{ conviene A; se } x \geq 140 \text{ conviene B} \}$$

- 103.** Un'agenzia di viaggi propone per il noleggio di un autobus tre opzioni, con la clausola che esso trasporti non meno di 30 persone e no più di 50:

A: 20 € a persona e nessun fisso;

B: 5 € a persona e 500 € di spese fisse;

C: 12 € a persona e 200 € di spese fisse.

Quale soluzione conviene di più agli organizzatori del viaggio al variare del numero di partecipanti?

$$S = \{ x \in \mathbb{N} : \text{se } 30 \leq x \leq 42 \text{ conviene C; se } 43 \leq x \leq 50 \text{ conviene B} \}$$

- 104.** Un'azienda che produce olio, può imbottigliare una quantità di olio variabile fra 30 e 300 litri al giorno in bottiglie da 1 litro ciascuna. Per fare ciò ha a disposizione tre macchinari, che hanno gli stessi costi di utilizzo per unità di tempo di cui si sa che:

**macchina A:** impiega 30 *secondi* per riempire una bottiglia con tempi di preparazione iniziali di 1 ora,

**macchina B:** impiega 40 *secondi* per riempire una bottiglia con di preparazione iniziali di 30 minuti;

**macchina C:** impiega 1 *minuto* per riempire una bottiglia con di preparazione iniziali di soli 15 minuti.

Quale macchina è più conveniente usare?

$$S = \left\{ \begin{array}{l} x \in N: \text{se } 30 \leq x \leq 45 \text{ conviene } C; \text{ se } 45 \leq x \leq 180 \text{ conviene } B; \\ \text{se } 180 \leq x \leq 300 \text{ conviene } A \end{array} \right\}$$

- 105.** Un'azienda di trasporto merci su strada, offre ai suoi clienti tre diversi contratti, ciascuno dei quali si riferisce a trasporti a pieno carico e per viaggi non superiori ai 2000 Km.

A: 2000 € a forfait;

B: 2 € al Km;

C: 1 € al Km e 500 € di spese fisse.

Qual è il contratto più conveniente per il cliente, al variare della lunghezza del percorso?

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{se } 0 < x \leq 500 \text{ conviene } B; \text{ se } 500 \leq x \leq 1500 \text{ conviene } C; \\ \text{se } 1500 \leq x \leq 2000 \text{ conviene } A \end{array} \right\}$$

- 106.** Un'azienda si rivolge a tre autonoleggi che propongono i seguenti pacchetti:

*autonoleggio A:* 0,8 € al Km e 60 € di spese fisse giornaliere;

*autonoleggio B:* 0,4 € al Km e 100 € di spese fisse giornaliere;

*autonoleggio C:* 200 € al giorno con chilometraggio illimitato

Qual è l'offerta più conveniente al variare di chilometri?

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{se } 0 \leq x \leq 100 \text{ conviene } A; \text{ se } 100 \leq x \leq 250 \text{ conviene } B; \\ \text{se } x \geq 250 \text{ conviene } C \end{array} \right\}$$