

4. ESERCIZI

Risolvi i seguenti problemi sul piano cartesiano.

LIVELLO BASE

1. Specifica in quale quadrante si trovano i seguenti punti:

$$A(-4; -4), B(2; -4), C(-3; 2), D\left(\frac{2}{5}; 6\right), E(-5; 1), F(7; -9), G\left(-\sqrt{3}; -\frac{4}{7}\right),$$

$$H(10; 2), I(0; 0), L\left(\frac{1}{4}; 0\right), M(-6; 1), N(0; -4), O(\sqrt{3}; \sqrt[3]{4}), P(-7; -2), Q\left(\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}\right)$$

2. Indica sul piano cartesiano seguenti punti:

$$A(2; 0), B(-3; 0), C\left(\frac{4}{3}; 0\right), D\left(-\frac{3}{4}; 0\right), O(0; 0)$$

Dove si trovano tutti i punti dati?

3. Cambia il segno all'ascissa di tutti i punti indicati nell'esercizio precedente e indica i nuovi punti sul piano cartesiano; che cosa osservi?

Che cosa succede cambiando segno all'ordinata di tutti i punti?

4. Indica sul piano cartesiano seguenti punti:

$$A(0; -4), B(0; 6), C\left(0; \frac{5}{2}\right), D\left(0; -\frac{2}{5}\right), O(0; 0)$$

Dove si trovano tutti i punti dati?

5. Cambia il segno all'ordinata di tutti i punti indicati nell'esercizio precedente e indica i nuovi punti sul piano cartesiano; che cosa osservi?

Che cosa succede cambiando segno all'ascissa di tutti i punti?

6. Calcola le coordinate dei punti simmetrici rispetto agli assi cartesiani dei seguenti punti:

$$A(4; 2), B(1; -5), C(-4; -2), D\left(-\frac{1}{2}; 6\right), E(-1; 0), F(0; 9)$$

7. Calcola le coordinate dei punti simmetrici rispetto all'origine dei punti assegnati nell'esercizio precedente.

8. Indica sul piano cartesiano i seguenti punti:

$$A(-2; -2), B(1; 1), C\left(-\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}\right), D\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

Congiungi tutti i punti dati; che cosa ottieni?

Calcola la distanza tra le seguenti coppie di punti:

9. $A(2; -4)$ $B(0; 5)$
10. $O(0; 0)$ $B(-1; 3)$
11. $A\left(\frac{3}{2}; -1\right)$ $B(-2; 3)$
12. $A(2; -4)$ $B(2; 2)$
13. $A(-3; 1)$ $B(1; -2)$
14. $A(1; -6)$ $B(-5; -6)$
15. $A(2\sqrt{3}; -3)$ $B(-\sqrt{3}; 0)$
16. $A(0; -5)$ $B(0; 5)$
17. $A\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$ $B\left(0; \frac{5}{2}\right)$
18. $A(-1; 4)$ $B(-6; 4)$

Calcola la lunghezza dei segmenti aventi come estremi i seguenti punti

19. $A(0; 0)$ $B(-3; -4)$
20. $A(2; 0)$ $B(2; -4)$
21. $A(-3; -9)$ $B(-7; -9)$
22. $A(3; 3)$ $B(1; 1)$
23. $A(-6; -1)$ $B(-1; -1)$
24. $A(-1; -4)$ $B(1; -2)$
25. $A\left(-2; \frac{5}{2}\right)$ $B\left(\frac{1}{2}; 2\right)$
26. $A(0; -6)$ $B(0; 6)$
27. $A(\sqrt{3}; 4)$ $B(0; 5)$
28. $A(1; -4)$ $B(2; 2)$

29. Date le seguenti terne di punti stabilisci se possono essere considerate come l'insieme dei vertici di un triangolo.

- a) $A(2; 2), B(-3; -3), C(6; 3)$ b) $A(-3; -3), B(3; 3), C(5; 5)$
 c) $A(6; 5), B(-1; 1), C(6; 1)$ d) $A(0; 5), B(-3; 0), C(4; 1)$

30. Disegna il quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:

$$A(-2; 4), \quad B(2; 4), \quad C(2; -4), \quad D(-2; -4)$$

- a) Riconosci di quale quadrilatero si tratta;
 b) Individua i suoi assi mediani;
 c) Calcola il suo perimetro e la sua area.

31. Disegna il quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:

$$A(0; -4), \quad B(4; -4), \quad C(4; 4), \quad D(0; 4)$$

- a) Riconosci di quale quadrilatero si tratta;
 b) Individua i suoi assi mediani;
 c) Calcola il suo perimetro e la sua area.

32. Disegna il quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:

$$A(0; 2), \quad B(2; 2), \quad C(2; -2), \quad D(0; -2)$$

- a) Riconosci di quale quadrilatero si tratta;
 b) Individua i suoi assi mediani;
 c) Calcola il suo perimetro e la sua area.

33. Disegna il quadrilatero ABCD, che ha per vertici i seguenti punti:

$$A(0; 2), \quad B(2; 2), \quad C(2; 0), \quad D(0; -2)$$

- a) Riconosci di quale quadrilatero si tratta;
 b) Individua i suoi assi mediani;
 c) Calcola il suo perimetro e la sua area.

34. Disegna il triangolo OAB, che ha per vertici i seguenti punti:

$$O(0; 0), \quad A(4; 0), \quad B(0; 4)$$

- a) Quali caratteristiche presenta il triangolo?
 b) Quanto vale la sua area?

Cambia segno alle coordinate dei punti e ripeti l'esercizio.

35. Disegna il triangolo OAB, che ha per vertici i seguenti punti:

$$O(0; 0), \quad A(5; 0), \quad B(0; -6)$$

- a) Quali caratteristiche presenta il triangolo?
 b) Quanto vale la sua area?

Cambia segno alle coordinate dei punti e ripeti l'esercizio.

36. Disegna un rettangolo che abbia come assi mediani gli assi cartesiani e scegli a piacere le coordinate dei vertici.
37. Disegna un quadrato che abbia un vertice nell'origine O e scegli a piacere le coordinate degli altri vertici.

LIVELLO INTERMEDIO

38. Determina le coordinate dei simmetrici di $A(3; 5), B(-3; 7), C(-1; 1)$ rispetto al punto $M(1; 3)$.
39. Determina le coordinate dei simmetrici di $A(1; 0), B(3; -1), C(-5; -1)$ rispetto al punto $M(-3; 5)$.
40. Determina sull'asse delle ascisse le coordinate del punto P avente dal punto $A(3; -4)$ distanza 5.
 $S = \{P_1(0; 0), P_2(6; 0)\}$
41. Determina sull'asse delle ascisse le coordinate del punto P avente dal punto $A(3; -4)$ distanza 4.
 $S = \{P(3; 0)\}$
42. Determina sull'asse delle ascisse le coordinate del punto P avente dal punto $A(3; -4)$ distanza 3.
 $S = \{\text{non esiste}\}$
43. Determina sull'asse delle ordinate le coordinate del punto P avente dal punto $A(4; 1)$ distanza 5.
 $S = \{P_1(0; 4), P_2(0; -2)\}$
44. Determina sull'asse delle ordinate le coordinate del punto P avente dal punto $A(4; 1)$ distanza 3.
 $S = \{\text{non esiste}\}$
45. Determina sull'asse delle ordinate le coordinate del punto P avente dal punto $A(4; 1)$ distanza 4.
 $S = \{P(0; 1)\}$
46. Applicando il teorema di Pitagora verifica che il triangolo di vertici $A(-3; 5), B(1; 1), C(4; 4)$ è rettangolo e calcolane perimetro e area.
 Calcola quindi la mediana relativa all'ipotenusa e verifica che è la metà dell'ipotenusa stessa.
47. Verifica che il quadrilatero che ha per vertici i punti $A(0; 0), B(-3; 6), C(3; 9), D(6; 3)$ è un quadrato e calcolane il perimetro e l'area.
48. Verifica che il quadrilatero che ha per vertici i punti $A(-2; -2), B(0; 2), C(4; 4), D(2; 0)$ è un rombo e calcolane il perimetro e l'area.

49. Dimostra che il triangolo di vertici $A(6; 11), B(3; 0), C(0; 2)$ è rettangolo e calcolane perimetro e area.
50. Dimostra che il triangolo di vertici $A(1; 1), B(4; 4), C(5; -3)$ è rettangolo e calcolane perimetro e area.
51. Dimostra che il triangolo di vertici $A(1; 7), B(-4; 2), C(1; 2)$ è isoscele e calcolane perimetro e area.
52. Dimostra che il triangolo di vertici $A(7; 7), B(5; 1), C(1; 5)$ è isoscele e calcolane perimetro e area.
53. Dimostra che il quadrilatero di vertici $A(1; 4), B(3; 2), C(-1; -2), D(-3; 0)$ è un rettangolo.
- $$S = \{\overline{AB} = \overline{CD} = 2\sqrt{2}; \overline{AD} = \overline{BC} = 4\sqrt{2}; \overline{AC} = \overline{BD} = 2\sqrt{10}\}$$
54. Determina le coordinate del terzo vertice C di un triangolo isoscele di area 12 e vertici $A(1; 1), B(5; 1)$.
55. Calcola perimetro e area del triangolo ABC dell'esercizio precedente.

LIVELLO AVANZATO

56. Per quali valori del parametro k la distanza del punto P, di ordinata 2, dal punto $Q(1; -1)$ è uguale a 5?
- $$S = \{P_1(-3; 2), P_2(5; 2)\}$$
57. Per quali valori del parametro k la distanza del punto P, di ascissa 6, dal punto $Q(2; 1)$ è uguale a $\sqrt{17}$?
- $$S = \{P_1(6; 2), P_2(6; 0)\}$$
58. Per quali valori del parametro k la distanza del punto $P(k; 5)$ dal punto $Q(4; 1)$ è uguale a 3?
- $$S = \{\text{non esiste}\}$$
59. Determina per quali valori di h e k il punto $P(h; k)$ è equidistante dai punti: $O(0; 0), A(8; 0), B(0; 6)$.
- $$S = \{P(4; 3)\}$$
60. Determina un punto con ascissa uguale all'ordinata la cui distanza dal punto $Q(-4; 3)$ è pari a 5.
- $$S = \{P_1(0; 0), P_2(-1; -1)\}$$
61. Determina sull'asse delle ordinate un punto P equidistante dai punti $A(-2; 1), B(4; 3)$.
62. Determina sull'asse delle ascisse un punto P equidistante dai punti $A(-3; -3), B(3; -1)$.

63. Determina nel piano cartesiano un punto P avente ascissa uguale all'ordinata ed equidistante dai punti $A(-3; 1)$, $B(2; -2)$.
64. Sia ABCD un parallelogramma di vertici $B(-1; 1)$, $C(4; 2)$, $D(5; 5)$. Dopo aver determinato le coordinate del punto A calcola la misura delle diagonali. $S = \{A(0; 4)\}$
65. Sia ABCD un parallelogramma di vertici $A(-3; -3)$, $C(5; 5)$, $D(-1; 5)$. Dopo aver determinato le coordinate del punto B, trova il punto di intersezione delle diagonali. $S = \{B(3; -3)\}$
66. Sia ABCD un rombo di vertici $A(0; -3)$, $B(4; 0)$, $D(2; 2)$. Determina le coordinate del quarto vertice C e la misura delle due diagonali, quindi calcola perimetro ed area. $S = \{C(6; 5)\}$
67. Trova la misura delle mediane AM, BN e CQ del triangolo di vertici $A(5; 5)$, $B(3; -1)$, $C(-1; 1)$, quindi calcola l'area del triangolo MNQ.
68. Dati i punti $A(1; -3)$ e $B(9; 1)$ trova la condizione cui devono soddisfare le coordinate del punto P affinché si abbia: $AP = BP$.
69. Determina nel piano cartesiano un punto P avente ascissa doppia dell'ordinata ed equidistante dai punti $A(-3; -2)$, $B(-1; 4)$.
70. Sapendo che il punto di incontro delle diagonali di un parallelogramma è $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$ e che le coordinate di vertici A e B sono rispettivamente $(0; -4)$ e $(-4; -1)$, determina le coordinate degli altri due vertici e calcolane perimetro ed area.