

## CAPITOLO 3

### COSTITUZIONE DI UN CAPITALE

#### 1. COSTITUZIONE DI UN CAPITALE

La costituzione di capitale è un'operazione finanziaria, che permette, ad una persona o un ente o un'azienda bisognosi di una certa somma  $M$  a una data scadenza futura, di programmare la costituzione effettuando un versamento unico o più versamenti periodici, presso un istituto finanziario.

##### 1) *Costituzione di un capitale con versamento unico*

In questo caso si deve calcolare la somma unica da versare  $C$ , al tasso  $i$  essendo noto il montante  $M$  che è il valore che si vuole costituire al tempo  $t$ . Il problema si risolve semplicemente utilizzando la  $M = C(1 + i)^t$  da cui si ricava:

$$C = M(1 + i)^{-t}$$

##### ESEMPIO

Si vuole calcolare quale somma si deve versare oggi in banca per poter costituire fra 5 anni un capitale di 15.000 € al tasso d'interesse del 6%.

Dati:  $M = 15.000 \text{ €}$ ;  $i = 0,06$ ;  $t = 5 \text{ anni}$

$$C = 15.000(1 + 0,06)^{-5} = 12939,13 \text{ €}$$

##### 2) *Costituzione di un capitale con più versamenti periodici*

In questo caso la risoluzione del problema viene ricondotta al calcolo della rata di una rendita, dove la somma  $M$  viene costituita mediante il versamento di  $n$  rate costanti di importo  $R$ .

Se la rendita è posticipata vale la relazione:  $M = R s_{n|i}$  da cui si ottiene

$$R = \frac{M}{s_{n|i}} = M \sigma_{n|i}$$

L'operatore  $\sigma_{n|i}$  viene chiamato termine di costituzione di un capitale di valore unitario; il suo valore rappresenta la rata annua posticipata necessaria per costituire un capitale di valore unitario, in  $n$  periodi, al tasso  $i$ .

Se la rendita fosse anticipata varrebbe la relazione:  $M = R \ddot{s}_{n|i}$ , da cui si ottiene

$$R = \frac{M}{\ddot{s}_{n|i}} = M \ddot{\sigma}_{n|i}$$

**ESEMPIO**

Si vuole costituire un capitale di 18.000 € mediante il versamento di 15 rate annue posticipate al tasso composto del 6%. Calcolare l'importo della rata.

Dati:  $M = 18.000 \text{ €}$ ;  $i = 0,06$ ;  $t = 15 \text{ rate}$

$$R = \frac{18.000}{s_{15|0,06}} = 773,33$$

Di questa operazione finanziaria è spesso utile conoscerne l'andamento nel tempo. A tale scopo risulta utile conoscere altri elementi che caratterizzano questa operazione:

- a) *Fondo di costituzione*: si definisce fondo di costituzione all'epoca  $k$ , e si indica con  $F_k$ , il montante dei primi  $k$  versamenti che si sono effettuati. Tale dato ha notevole importanza nel caso in cui durante la costituzione del capitale sia necessario variare la rata, o il tasso, o la durata, cosa che succede spesso se il contratto è di lunga durata.

Si ha dunque:  $F_k = Rs_{k|i}$  in caso di rendita posticipata, da cui segue:

$$F_k = Rs_{k|i} = \frac{M}{s_{n|i}} \cdot s_{k|i}$$

In caso di rendita anticipata:

$$F_k = R\ddot{s}_{k|i} = \frac{M}{\ddot{s}_{n|i}} \cdot \ddot{s}_{k|i}$$

- b) *Gli interessi sul fondo di costituzione* maturati alla fine di ogni periodo, che si indicano con  $I_k$ , si determinano con la formula:  $I_k = F_{k-1} \cdot i$
- c) *Piano di costituzione* del capitale sotto forma di prospetto, in cui sono indicati per ogni periodo: la rata, il fondo all'inizio del periodo, gli interessi prodotti nel periodo, il fondo alla fine del periodo.

**ESEMPIO**

Si vuole costituire un capitale di 25.000 € mediante il versamento di 6 versamenti annui posticipati. Redigere il piano di costituzione sapendo che il tasso annuo composto è del 7,5%.

Dati:  $M = 25.000 \text{ €}$ ;  $i = 0,075$ ;  $t = 6 \text{ rate}$

$$R = \frac{25.000}{s_{6|0,075}} = 3.451,12 \text{ €}$$

PIANO DI COSTITUZIONE DEL CAPITALE				
Anni	rata annua	fondo inizio anno	interessi	fondo fine anno
1	3.451,12	0	0	3.451,12
2	3.451,12	3.451,12	258,83	7.161,08
3	3.451,12	7.161,08	537,08	11.149,28
4	3.451,12	11.149,28	836,20	15.436,60
5	3.451,12	15.436,60	1.157,75	20.045,47
6	3.451,12	20.045,47	1.503,41	25.000,00

Può essere necessario dover determinare in quanto tempo, versando periodicamente una rata costante  $R$ , è possibile costituire il capitale  $M$ . Questo problema è analogo al problema della ricerca del numero di rate in una rendita noti il montante, il tasso e la rata. Come già visto nel capitolo precedente, questo problema è risolubile con un'equazione

$$s_{n|i} = \frac{M}{R}$$

che solo eccezionalmente ammette soluzione intera, generalmente si avrà  $n' < n < n' + 1$ , dove  $n'$  ed il suo successivo si possono dedurre dalle tavole finanziarie di  $s_{n|i}$ , (o di  $\ddot{s}_{n|i}$ ) nella colonna del tasso assegnato.

E' necessario quindi procedere alla modifica di alcuni dati del problema.

Le più importanti **forme di accomodamento** sono:

✚ variare l'importo di tutte le rate:

se  $n = n' \Rightarrow$  si ricalcola il valore della rata, che sarà maggiore di  $R$ ;

se  $n = n' + 1 \Rightarrow$  si ricalcola il valore della rata, che sarà minore di  $R$ ;

✚ versare  $n'$  rate di importo  $R$  + una rata complementare da versare con l'ultima rata o un periodo dopo l'ultimo versamento;

✚ versare  $n'$  rate di importo  $R$  e lasciare depositato il montante per un tempo  $t$  in modo che con gli interessi maturati si raggiunga il capitale prefissato.

La scelta del tipo di accomodamento dipende dalle condizioni stesse del problema.

**ESEMPIO**

Clelia vuole costituire il capitale di € 42.000 presso un istituto di credito che corrisponde un tasso annuo del 3.25%, versando rate annue di circa € 3.000. Quante rate occorrono? Indicare i possibili accomodamenti.

Dati:  $M = 42.000 \text{ €}$     $R = 3.000 \text{ €}$     $i = 0.0325$     $n = ?$

Dalla formula del montante si ottiene:

$$s_{n|0.0325} = \frac{42.000}{3.000} = 14$$

Dalle tavole finanziarie si ricava:  $11 < n < 12$ .

Avendo la possibilità di variare tutte le rate si ha:

■  $n = 11$  con rate di  $R' = \frac{42.000}{s_{11|0.0325}} = 3.237,33 \text{ €}$

■  $n = 12$  con rate di  $R' = \frac{42.000}{s_{12|0.0325}} = 2.917,62 \text{ €}$

Non potendo variare l'importo delle rate:

- versamento di  $n = 11$  rate di € 3.000 e pagamento di una rata complementare  $R_c$  da versare all'atto dell'ultimo versamento, con:

$$R_c = 42.000 - 3.000 \cdot s_{11|0.0325} = 3.079,07 \text{ €}$$

- versamento di  $n = 11$  rate di € 3.000 e pagamento di una rata complementare  $R_c$  da versare un anno dopo l'ultimo versamento, con:

$$R_c = 42.000 - 3.000 \cdot s_{11|0.0325} \cdot (1 + 0.0325) = 1.814,14 \text{ €}$$

- lasciare in deposito il montante di  $n = 11$  rate di € 3.000 finché con gli interessi maturati si raggiunga la somma di € 42.000, e cioè per

$$3.000 \cdot s_{11|0.0325} \cdot (1 + 0.0325)^t = 42.000$$

da cui si ricava

$$t = \frac{\text{Log} \frac{42.000}{3.000 \cdot s_{11|0.0325}}}{\text{Log}(1 + 0.0325)} = 2.38056$$

cioè: 2 anni 4 mesi 17 gg.