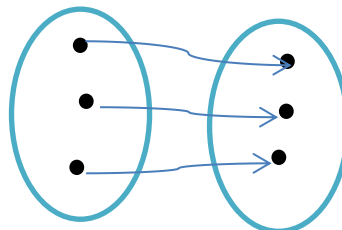
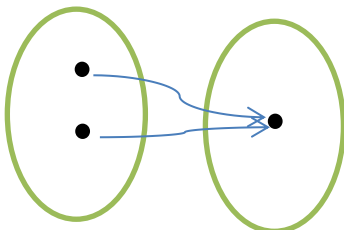
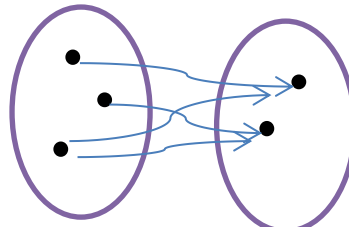
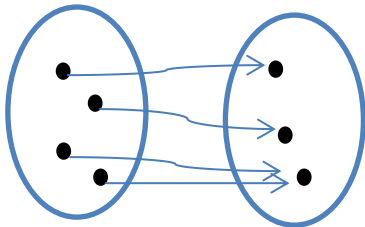
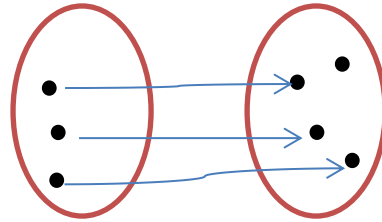
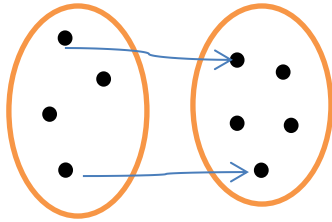


9. ESERCIZI

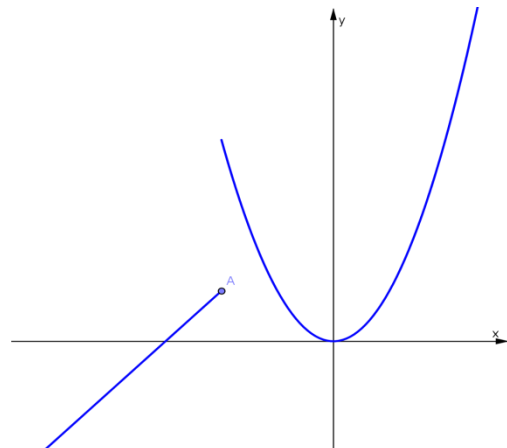
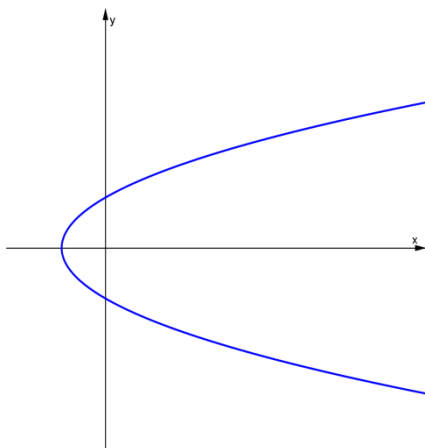
FUNZIONI

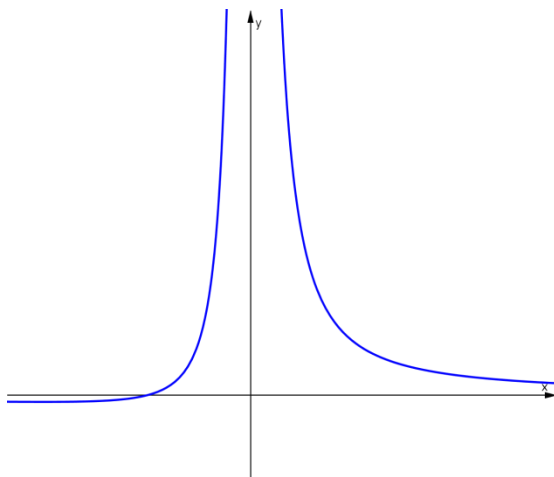
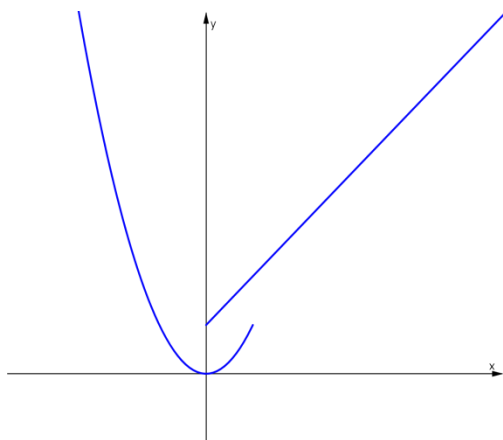
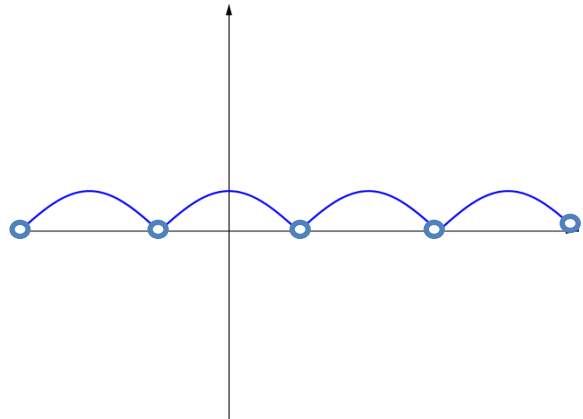
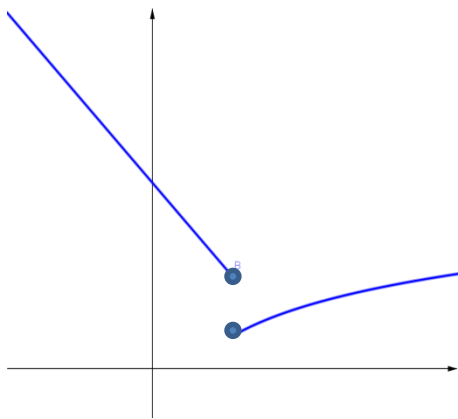
LIVELLO BASE

1. Quali delle seguenti relazioni rappresenta una funzione da A a B ? In caso negativo spiega il perché:



2. Quali dei seguenti grafici rappresenta una funzione?

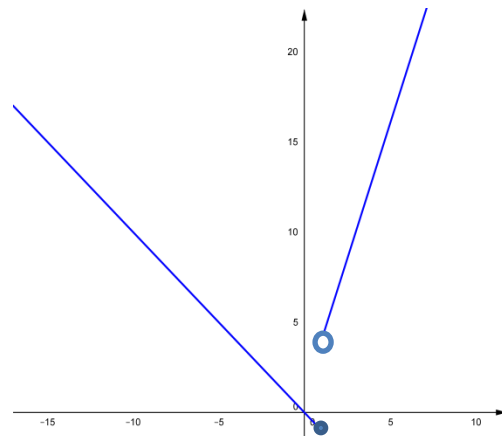
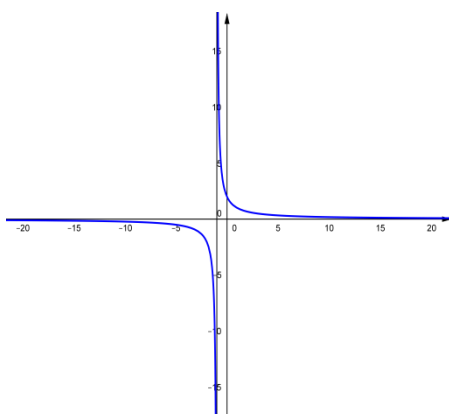
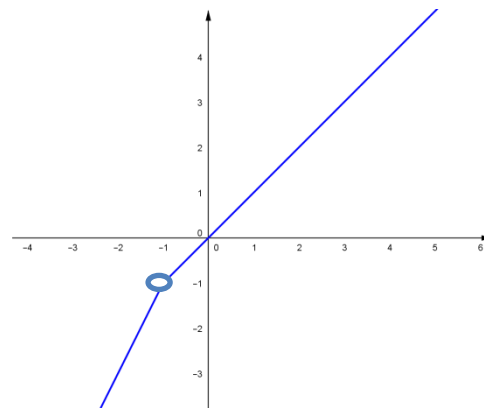
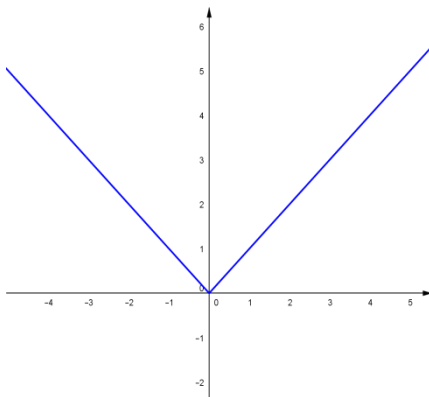
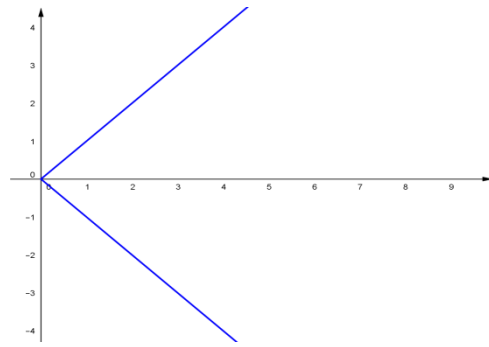
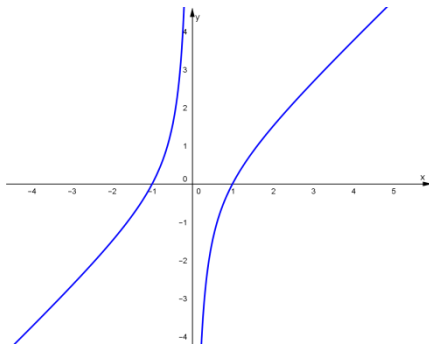




3. Considera $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ una funzione, determina l'immagine di $\frac{3}{2}$ e la controimmagine di $-\frac{1}{3}$.
4. Considera la funzione $f(x) = x^2 + 2x$ determina l'immagine di 0 e -2 e le controimmagini di 3.
5. Considera la funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ definita da $f(x) = \frac{x-3}{4}$ determina

l'immagine di 4 e verifica 4 non ha controimmagine.

6. Considera la funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita da $f(x) = 3(x + 2) - 1$ determina l'immagine di 2 e la controimmagine di -5 .
7. Data la funzione $f(x) = x^2 + 2x - 3$ determina $f(-x)$, $-f(x)$, $f(x^2)$, $[f(x)]^2$.
8. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$ determina $f\left(\frac{1}{x}\right)$, $-f(x-1)$, $f(-2)$.
9. Data la funzione $f(x) = \sqrt[3]{x-x^4}$ determina $f(\sqrt{x})$, $f(x+2)$, $f(-2x)$.
10. Per ognuno dei seguenti grafici indica se si tratta di una funzione iniettiva, suriettiva o biunivoca determina inoltre dominio e codominio:



- 11.** La seguente legge rappresenta una funzione? Spiega perché.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ \sqrt{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

- 12.** Rappresenta graficamente la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x > 0 \\ 2x + 1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Determina inoltre $f(-2)$, $f(1)$, $f(0)$ e $f(3)$.

- 13.** Rappresenta graficamente la seguente funzione definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < -1 \\ x + 1 & \text{se } -1 \leq x < 2 \\ -x^2 - x & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

Calcola inoltre $f(-4)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f\left(\frac{3}{4}\right)$, $f(2)$ e $f(4)$.

Determina i valori di x per cui $f(x) = -1$ e $f(x) = 0$

- 14.** Data la funzione $f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } -2 < x < 1 \\ 2x + 1 & \text{se } x < -2 \vee x \geq 2 \end{cases}$

Dopo averla rappresentata graficamente, calcola le immagini di $-3, 0, 1, 2$ e 3 , e le controimmagini di -2 e $\frac{1}{3}$.

Rappresenta graficamente le seguenti funzioni e determinane il codominio e stabilisci se sono iniettive suriettive o biunivoche:

15. $y = \begin{cases} 3x - 1 & \text{se } -1 < x < -2 \\ -x & \text{se } x \leq -1 \vee x > 2 \end{cases}$

16. $y = \begin{cases} -3 & \text{se } x < 4 \\ 3 & \text{se } x > 4 \end{cases}$

17. $y = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{3}x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

18. $y = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x > 1 \\ 3x - 1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$

19. $y = \begin{cases} x^2 - x & \text{se } x < 0 \\ x^2 + x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

20. $y = \begin{cases} 2x - 1 & \text{se } x < 0 \\ -x^2 - 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

$$21. \quad y = \begin{cases} \ln x & \text{se } x \geq 1 \\ -x + 1 & \text{se } 0 < x < 1 \\ 2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$22. \quad y = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ x + 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$23. \quad y = \begin{cases} \ln x & \text{se } x < 1 \\ -x^2 - 2x + 3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$$24. \quad \begin{cases} e^x + 1 & \text{se } x < 0 \\ -2 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \ln x - 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Determina il dominio delle seguenti funzioni:

$$25. \quad y = \frac{x+2}{x-2}$$

$$26. \quad y = \frac{x^2+2}{x}$$

$$27. \quad y = \frac{3x-2}{x^2-2x}$$

$$28. \quad y = \frac{2}{x^2-1}$$

$$29. \quad y = \frac{x+2}{x^2-3x-4}$$

$$30. \quad y = \sqrt{x-3}$$

$$31. \quad y = \sqrt{x^2-4}$$

$$32. \quad y = \sqrt{x^2+2}$$

$$33. \quad y = \sqrt[3]{x+5}$$

$$34. \quad y = \sqrt[3]{\frac{2x}{4-x}}$$

$$35. \quad y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x^2-3x}}$$

$$36. \quad y = \ln(x+4)$$

37. $y = \ln(x^2 - 2x - 3)$

38. $y = \log_2(x^2 - 2)$

39. $y = \log_{\frac{1}{3}}(9 - x^2)$

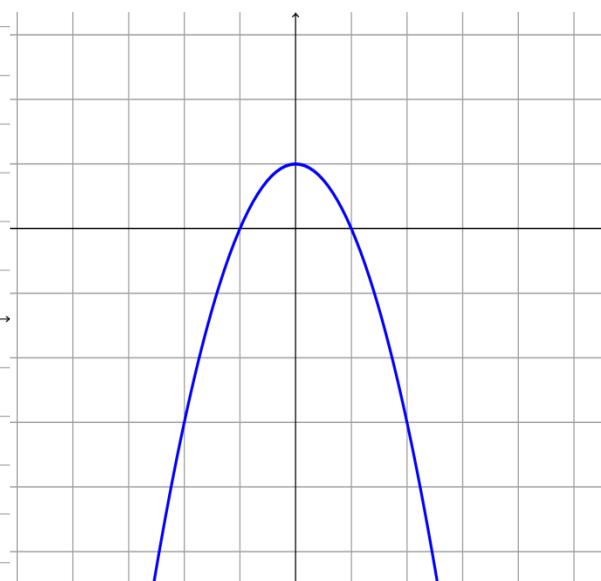
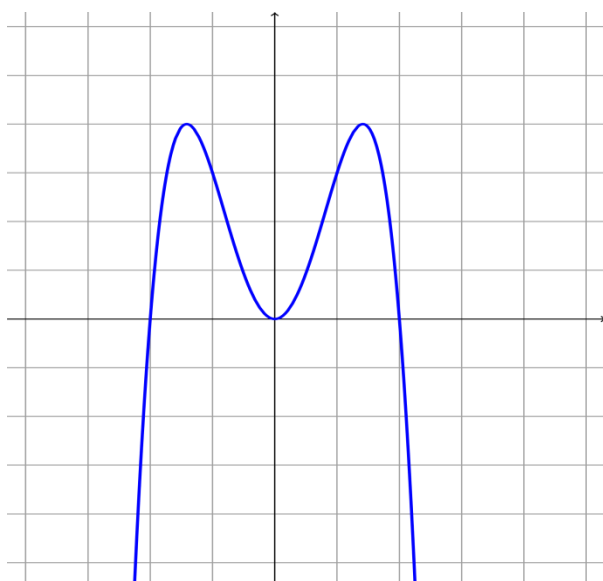
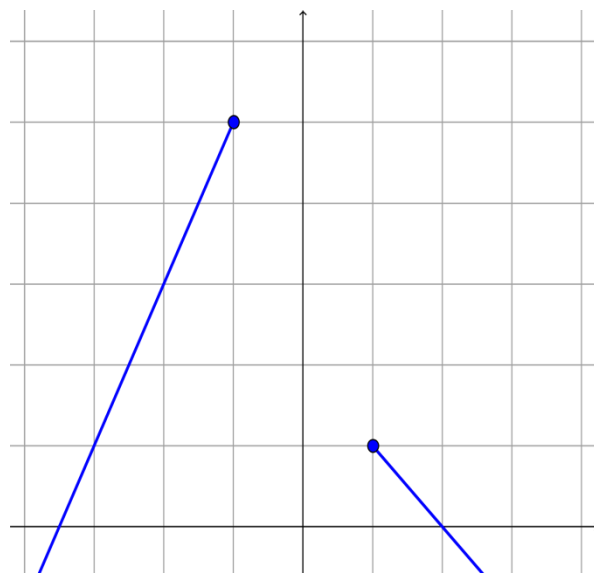
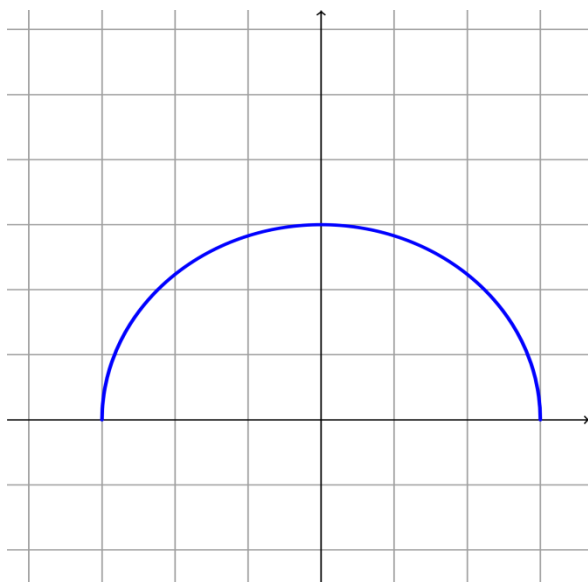
40. $y = 2^x + 1$

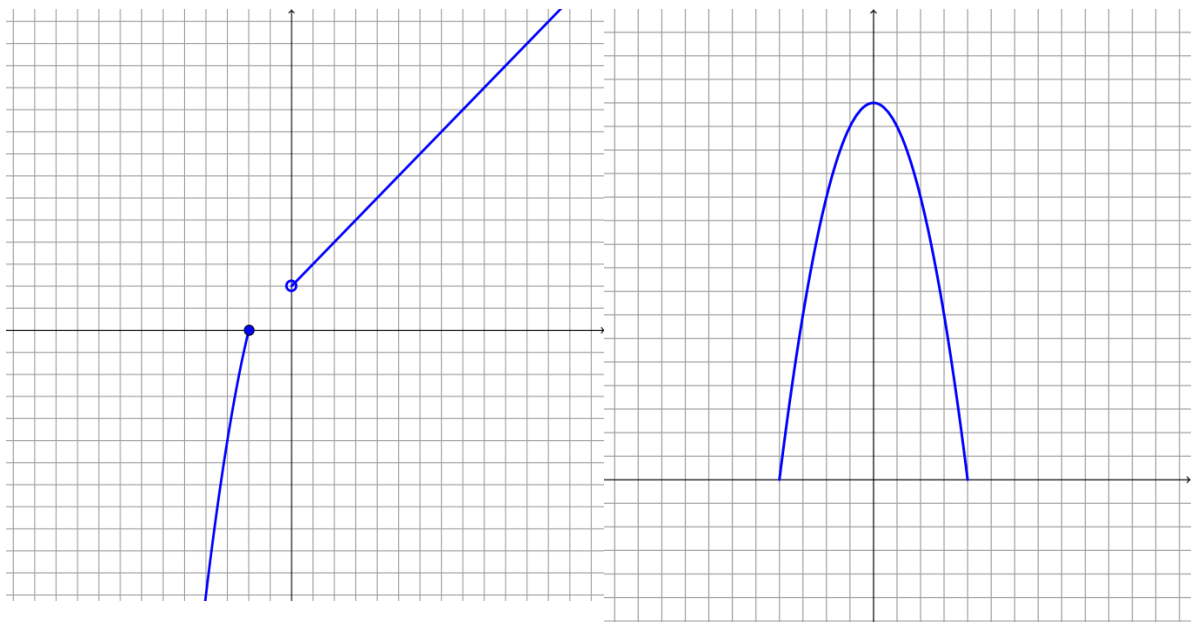
41. $y = e^{\frac{1}{x}}$

42. $y = 3^{\frac{2x-2}{x-3}}$

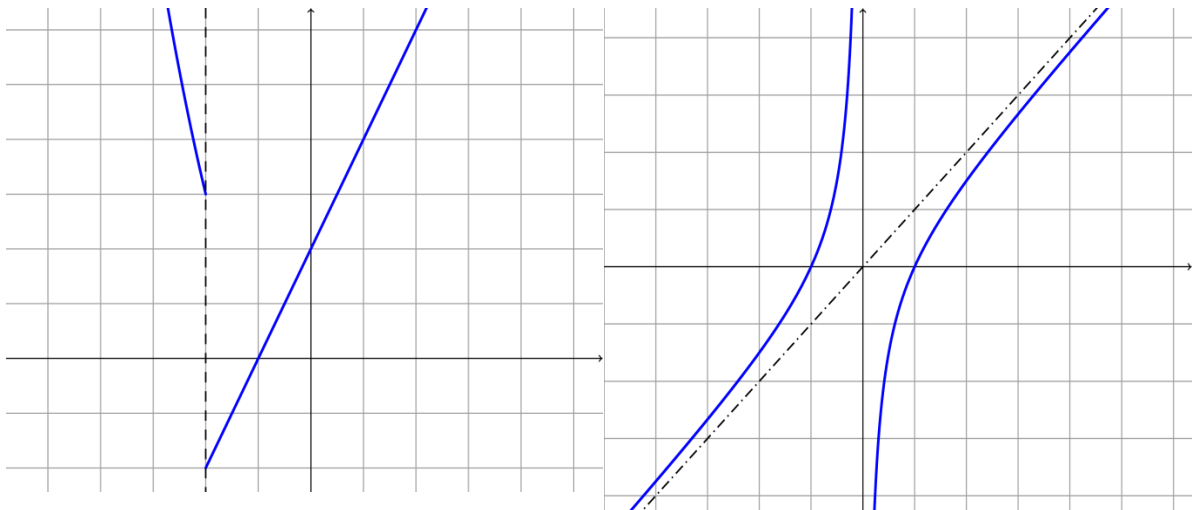
43. $y = e^{\sqrt{x+2}}$

44. Deduci dal grafico il dominio delle seguenti funzioni:





45.



LIVELLO INTERMEDIO

Determina il dominio delle seguenti funzioni algebriche:

46. $y = \frac{x}{x^3 - 4x^2}$

47. $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1}$

48. $y = \frac{x - 2}{x^4 - 6x^2 + 9}$

49. $y = \frac{1}{x^4 - 1}$

$$50. \quad y = \frac{3x + 2}{x^4 - 3x^2 - 4}$$

$$51. \quad y = \frac{2x}{x^3 - 2x^2 + 1}$$

$$52. \quad y = \frac{x + 9}{x^3 + 7x^2 - 8}$$

$$53. \quad y = \frac{\sqrt{|x| - 4}}{x^3 - 27}$$

$$54. \quad y = \sqrt{x^3 - 8}$$

$$55. \quad y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^3}}$$

$$56. \quad y = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 + x - 2}}$$

$$57. \quad y = \sqrt[4]{x + 5}$$

$$58. \quad y = \sqrt[4]{\frac{x}{3 - x}}$$

$$59. \quad y = \sqrt[3]{\frac{x + 2}{x^3 - 9x}}$$

$$60. \quad y = \sqrt{\frac{3x^2 - x - 2}{2x^2 - 7x + 3}}$$

$$61. \quad y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 1}$$

$$62. \quad y = \frac{\sqrt{x + 9}}{x^2 + 1} y$$

$$63. \quad y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{x^2 - 3x}$$

$$64. \quad y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} + \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}}$$

$$65. \quad y = \sqrt{\frac{x+5}{x-8}} - \sqrt[3]{\frac{x}{x^2-16}}$$

Determina il dominio delle seguenti funzioni trascendenti:

$$66. \quad y = \ln \frac{x+3}{x}$$

$$67. \quad y = \ln \frac{x^3-1}{x^2-2x-3}$$

$$68. \quad y = \log_2 \frac{x^2+1}{5x-x^2}$$

$$69. \quad y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^3-9x}{x+1}$$

$$70. \quad y = \ln(\ln x - 1)$$

$$71. \quad y = \sqrt{x^2-9} - \ln(16-x^4)$$

$$72. \quad y = \frac{\ln(x+9)}{e^{x-1}-1}$$

$$73. \quad y = 3^{\frac{x}{x+5}} + 4$$

$$74. \quad y = e^{\frac{x+4}{x^3-x}}$$

$$75. \quad y = 3^{\frac{6x-2}{x^3-8}}$$

$$76. \quad y = e^{\sqrt{\frac{2x+1}{x}}}$$

$$77. \quad y = \sqrt{e^x - e^{2x}}$$

$$78. \quad y = \sqrt{3^{x^2-1} - 27}$$

$$79. \quad y = e^{\frac{1}{x^3-2x^2-x+2}}$$

$$80. \quad y = \frac{\sqrt{3^{-2x}-1}}{3^{3x}-9^{2x+1}}$$

Determina dominio, eventuali intersezioni con gli assi, studia come varia il segno ed evidenzia le zone del piano in cui si trova il grafico delle seguenti funzioni:

81. $y = x^4 - 3x^2 - 4$

82. $y = x^2 - 2x^3$

83. $y = x^5 - x$

84. $y = x^5 - 4x^3 + 4x$

85. $y = x^3 - 3x + 2$

86. $y = x^3 - 5x^2 + 9x - 5$

87. $y = \frac{x+2}{x^2-x+2}$

88. $y = \frac{x^2-9}{x}$

89. $y = \frac{x^3-x}{x^2-4}$

90. $y = \frac{x-x^2}{x^2-2x+1}$

91. $y = \frac{x^2-5x}{4-x^2}$

92. $y = \frac{x}{x^3-4x^2}$

93. $y = \frac{x^2+1}{x^2-2x+1}$

94. $y = \frac{x^4-6x^2+9}{x-2}$

95. $y = \frac{1}{x^4-16}$

96. $y = \frac{3x+2}{x^4-3x^2-4}$

97. $y = \frac{1-2x^2}{x^3+x^2-2}$

$$98. \quad y = \frac{x^4 - 8x}{x^3 + x^2}$$

$$99. \quad y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x}}$$

$$100. \quad y = \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 + x - 6}}$$

$$101. \quad y = x^3 \cdot \sqrt[4]{x + 5}$$

$$102. \quad y = \sqrt[4]{\frac{3 - x}{3x^2 - x - 2}}$$

$$103. \quad y = \sqrt[3]{\frac{x + 2}{x^2 + 2x}}$$

$$104. \quad y = \sqrt{\frac{2x^2 - x - 3}{2x^2 - 7x + 3}}$$

$$105. \quad y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 1}$$

$$106. \quad y = \frac{\sqrt{2 - x}}{x^2 - 1}$$

$$107. \quad y = \frac{4x - 5}{\sqrt{x + 8}}$$

$$108. \quad y = \frac{x^3 - 4x}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$$

$$109. \quad y = \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$110. \quad y = \frac{\sqrt{x}}{x^4 - 3x^2 - 4}$$

$$111. \quad y = 2 - x + \sqrt{x}$$

$$112. \quad y = \ln \frac{x + 1}{x - 2}$$

113.
$$y = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3}$$

114.
$$y = \frac{\log(x+1)}{\log x}$$

115.
$$y = \frac{x^2 + x}{\ln x - 1}$$

116.
$$y = \log_3(x^2 + 2x) - 1$$

117.
$$y = e^{\frac{x}{x^2-4}}$$

118.
$$y = \frac{\ln(x+9)}{e^{x-1} - 1}$$

119.
$$y = 3^{\frac{x+2}{x}} - 3$$

120.
$$y = e^{\sqrt{\frac{x+1}{x-4}}}$$

121.
$$y = \sqrt{e^x - e^{3x}}$$

122.
$$y = \sqrt{3x^2-1} - 27$$

123.
$$y = \ln \frac{e^x - 1}{3^{2x} - 23^x - 3}$$

124.
$$y = \sqrt{4^x - 2^x - 2}$$

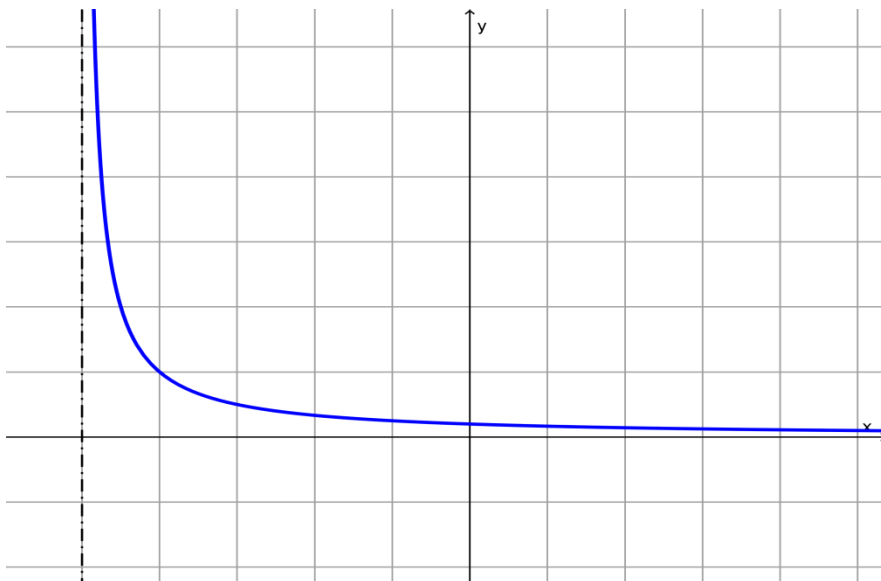
125.
$$y = \sqrt{\frac{2^{x^2-1} - 8}{\ln x}}$$

126.
$$y = \log_2 \frac{x^2}{e^x - 1}$$

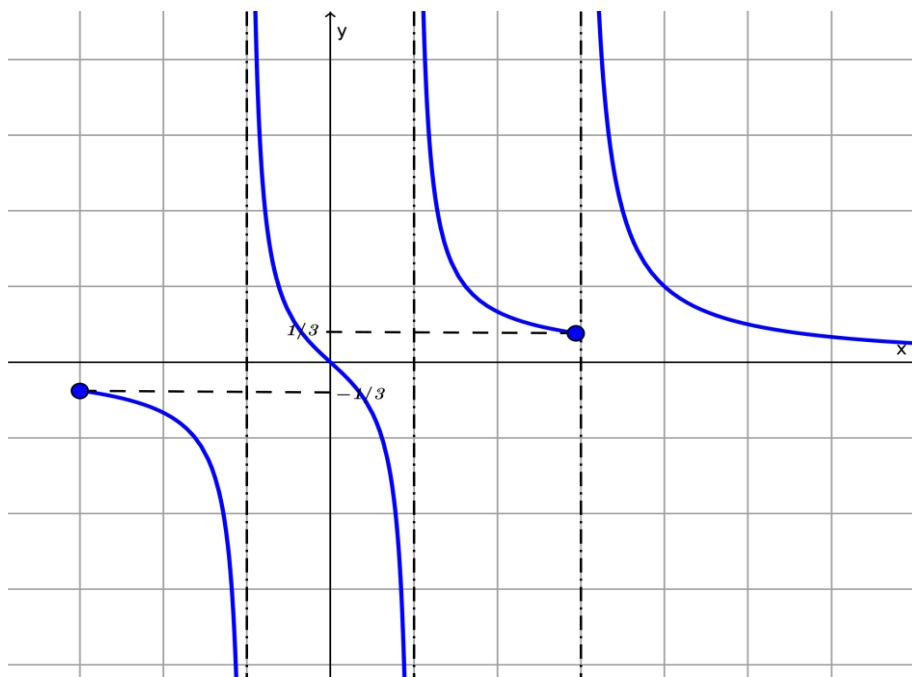
127.
$$y = \sqrt{\frac{\ln(6-x)}{5^x - 25}}$$

Dei seguenti grafici deduci dominio, codominio, intersezioni con assi e il segno:

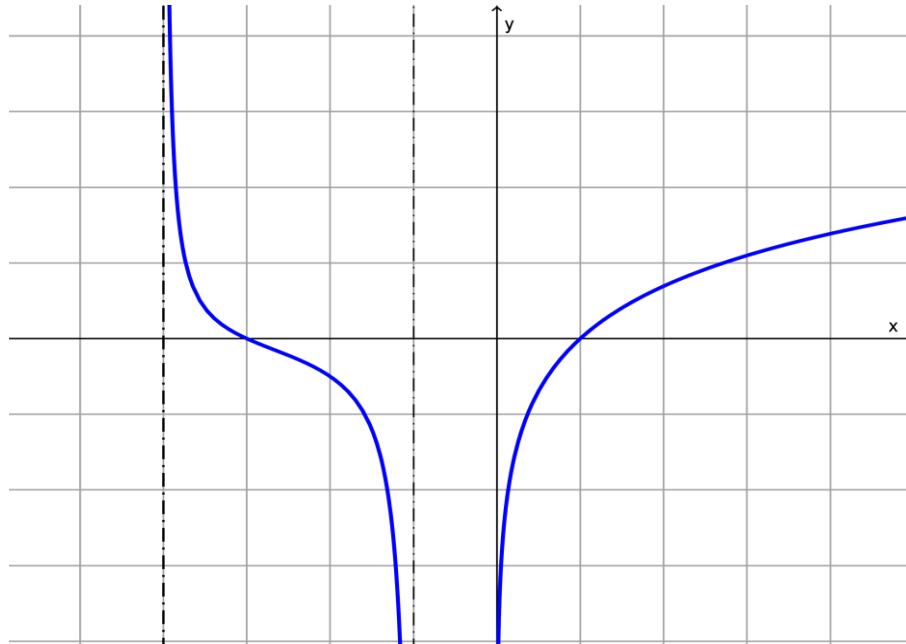
128.



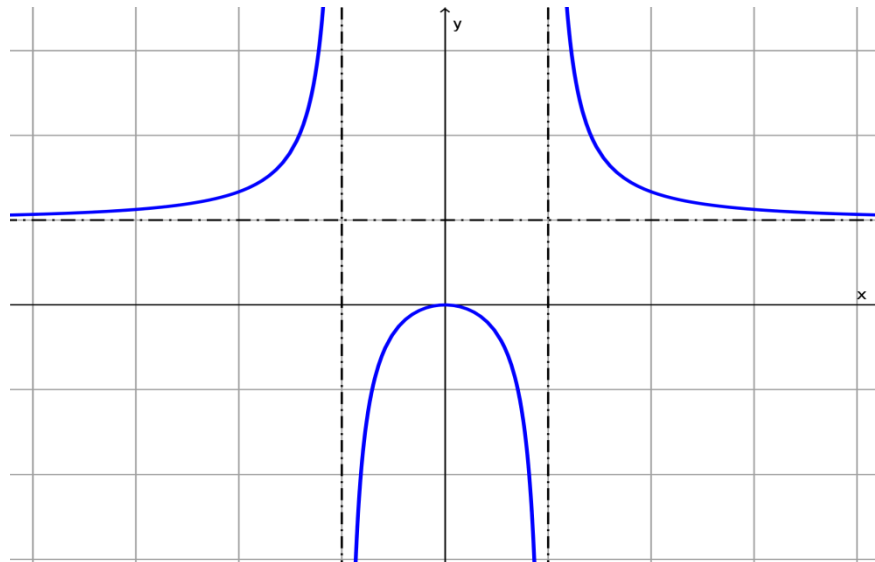
129.



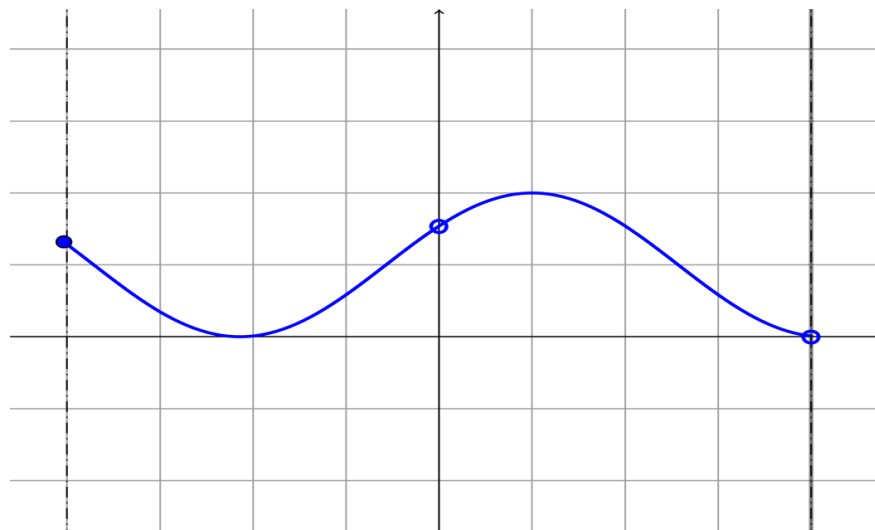
130.



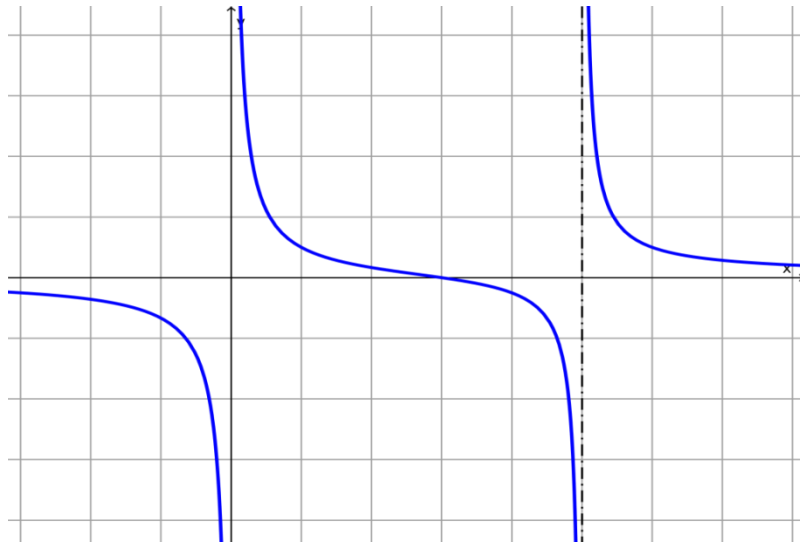
131.



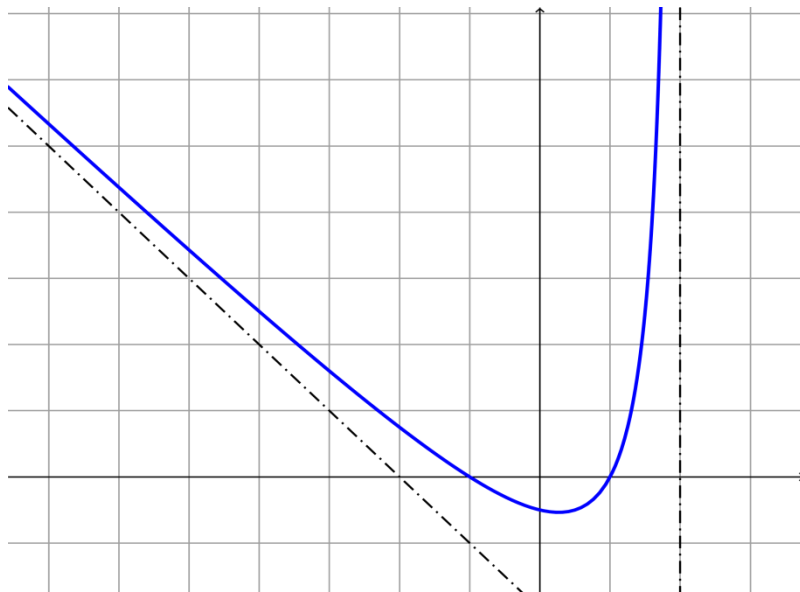
132.



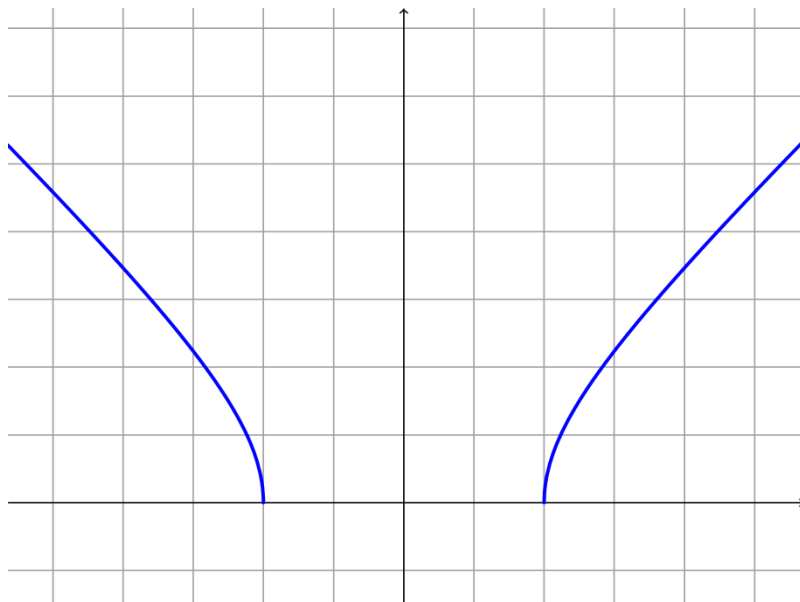
133.



134.



135.



LIVELLO AVANZATO

Determina dominio, eventuali intersezioni con gli assi, studia come varia il segno ed evidenzia le zone del piano in cui si trova il grafico delle seguenti funzioni:

136. $y = \frac{\sqrt{x}}{\log_3(4-x)}$

137. $y = \frac{e^{x-1} - 1}{\sqrt{x^3 - 4x^2}}$

138. $y = \frac{x^2 + 1}{|x^2 - 2x|}$

139. $y = \left| \frac{x^4 - 6x^2 + 9}{x - 2} \right|$

140. $y = \sqrt{\frac{|x-1|}{x^2-1}}$

141. $y = \frac{\sqrt{|x|-4}}{x^2 + 3x + 2}$

142. $y = \frac{\sqrt{\log(x+3)}}{\log x - 1}$

143. $y = \log_3 x - \log_3(9-x)$

144. $y = \sqrt{\ln(x-1) - \ln(x+6)}$

145. $y = \frac{x}{\sqrt{|x+2|}}$

146. $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{3x}$

147. $y = \sqrt{|x+1|-2} - \sqrt[3]{2x}$

148. $y = \sqrt{\log(\sqrt{x}-1)}$

149. $y = \frac{\log|x+3|}{\log(x-2)}$

150. Determina per quali valori del parametro k le seguenti funzioni hanno

come dominio tutto l'insieme dei numeri reali \mathbb{R}

$$151. \quad y = \frac{3}{x^2 + kx - 2}$$

$$152. \quad y = \sqrt{x^2 - 3x + k}$$

$$153. \quad y = \frac{x - 1}{x^4 + k}$$

$$154. \quad y = \ln(x^2 + k) + \sqrt{x^2 - k^2 + 4}$$

PROPRIETA' DELLE FUNZIONI

LIVELLO BASE

Stabilisci se le seguenti funzioni sono pari o dispari:

$$155. \quad y = x^6 - x^3$$

$$156. \quad y = x^8 - x^4$$

$$157. \quad y = x^7 - x^3$$

$$158. \quad y = x^6 - x^3$$

$$159. \quad y = x^5 - x^3 - 1$$

$$160. \quad y = x^4 - x^2 + 2$$

$$161. \quad y = \frac{x^4 - 1}{x^3}$$

$$162. \quad y = \frac{x^5 - 1}{x^4 + 1}$$

$$163. \quad y = \frac{x}{x^2 + 3|x| + 4}$$

$$164. \quad y = \left| \frac{x - 1}{x^2 - 3x - 4} \right|$$

$$165. \quad y = e^{-x} + e^x$$

$$166. \quad y = \ln\left(\frac{x^5 - 1}{x^3 + 1}\right)$$

167. $y = \sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x}$

168. $y = \frac{x^2 + 4}{x|x|}$

169. $y = x\sqrt[3]{6-x^2}$

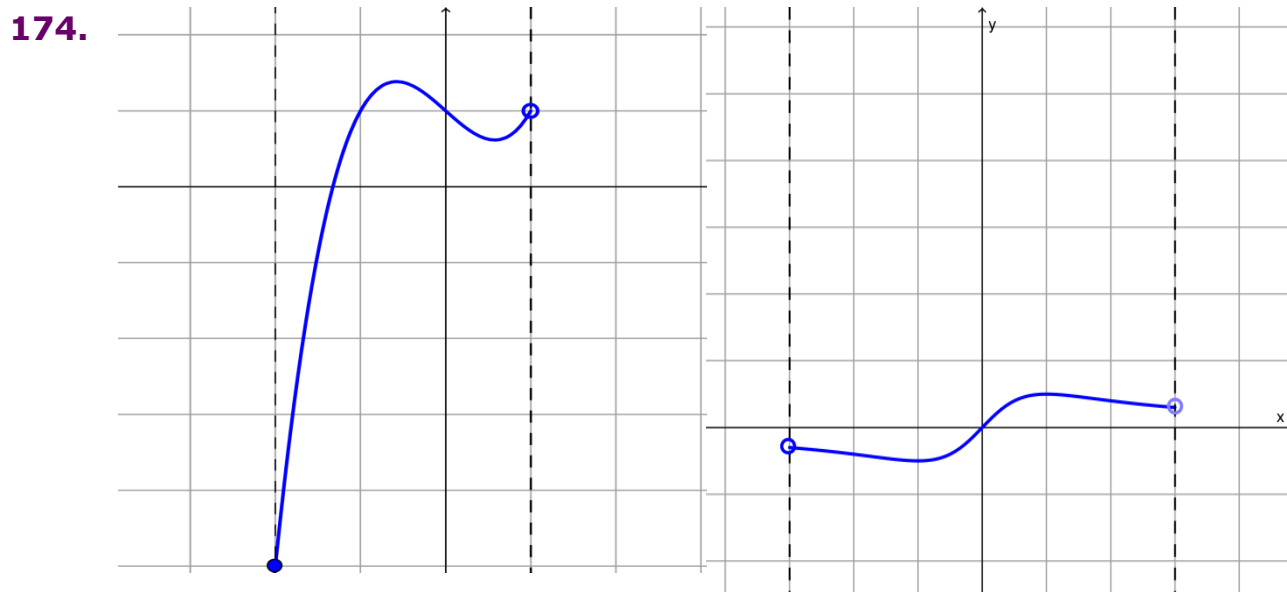
170. $y = \frac{|3x| - 1}{2x}$

171. $y = \frac{|x|}{x^3(x^2 - |x|)}$

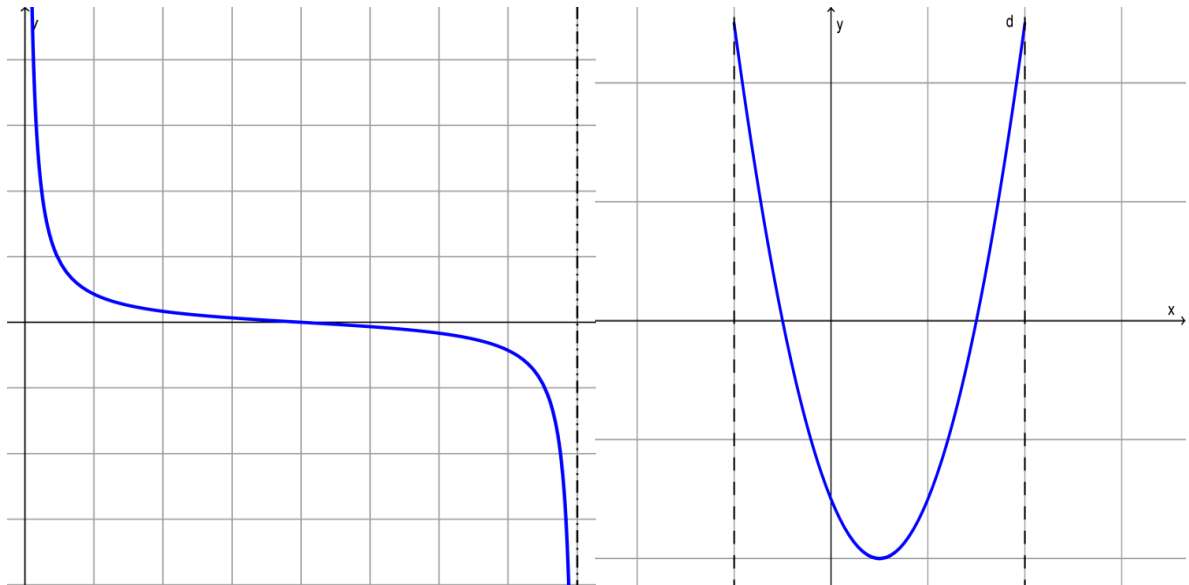
172. $y = \left| \frac{x-1}{x+3} \right|$

173. $y = x^4 - 2^x$

Per ciascuna delle seguenti funzioni di cui è tracciato il grafico stabilisci se sono limitate o illimitate, crescenti o decrescenti, concave o convesse, determina l'estremo inferiore e superiore e l'eventuale massimo o minimo assoluto:



175.



LIVELLO INTERMEDIO

Per ciascuna delle seguenti funzioni dopo aver tracciato il grafico stabilisci se sono limitate, crescenti o decrescenti, concave o convesse, determina l'estremo inferiore e superiore e l'eventuale massimo o minimo assoluto:

176. $y = x^2 - 2x$

177. $y = -x^2 + x + 2$

178. $y = \begin{cases} -2x^2 + 4x + 1 & \text{se } x < 0 \\ 2x + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

179. $y = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{se } x < 0 \\ -x^2 + 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

180. $y = \begin{cases} \ln x & \text{se } x > 0 \\ -x + 2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$

181. $y = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ x^3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

Date le funzioni f e g calcola l'espressione analitica sia di $f \circ g$ che di $g \circ f$, inoltre per ciascuna funzione composta determina il dominio:

182. $f(x) = 2x + 1$ $g(x) = x^2$

183. $f(x) = 3^{x+1}$ $g(x) = \frac{1}{2}x - 4$

184. $f(x) = \ln x$ $g(x) = x^2 + 3x - 4$

$$185. \quad f(x) = \log_3(x+2) \quad g(x) = e^x$$

$$186. \quad f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = x^2 - 1$$

$$187. \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - 3 \quad g(x) = 2^x$$

$$188. \quad f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x} \quad g(x) = \ln x$$

Data l'espressione analitica di $h(x) = f \circ g$ determina le due funzioni f e g

$$189. \quad h(x) = (x-3)^4$$

$$190. \quad h(x) = (x^3 + 1)^3$$

$$191. \quad h(x) = \sqrt{x^3 - 2x + 1}$$

$$192. \quad h(x) = \sqrt[3]{\ln x}$$

$$193. \quad h(x) = \ln(x^3 + 8)$$

$$194. \quad h(x) = e^{x^4 - 2x^2 - 3}$$

$$195. \quad h(x) = \ln(x^5 - e^x)$$

$$196. \quad h(x) = \sqrt{\frac{(x-1)^4}{\ln x}}$$

Stabilisci se le seguenti funzioni sono invertibili e determina l'equazione dell'inversa:

$$197. \quad y = \frac{2x-1}{x}$$

$$198. \quad y = \frac{x-2}{4-x}$$

$$199. \quad y = \frac{x}{2-x} + 1$$

$$200. \quad y = 1 - \frac{x-1}{x+3}$$

$$201. \quad y = \sqrt[3]{3x+4}$$

$$202. \quad y = \sqrt{x+5}$$

$$203. \quad y = \ln(x^3 - 2)$$

204. $y = x^2 - 4$

205. $y = e^{-x} + 1$

206. $y = \frac{2^x}{2^x + 2}$

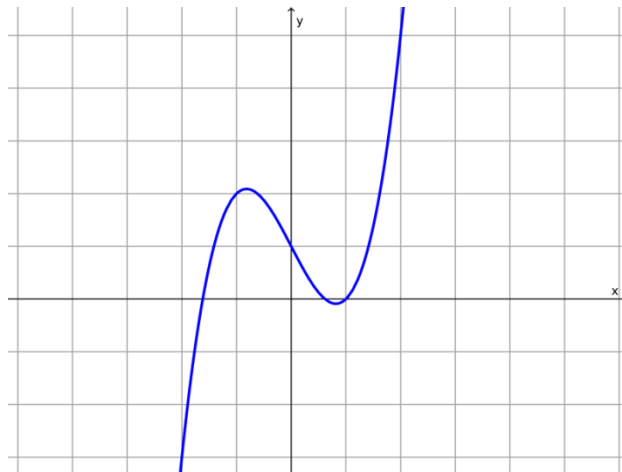
207. $y = x^4 - 1$

208. $y = 3^x - 3$

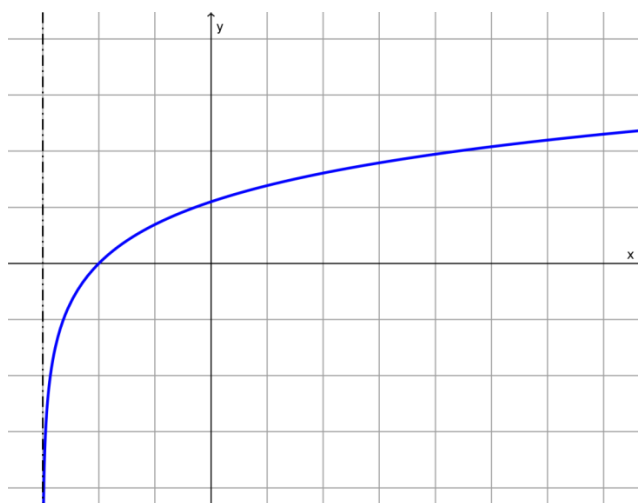
209. $y = \sqrt[5]{3x - 2}$

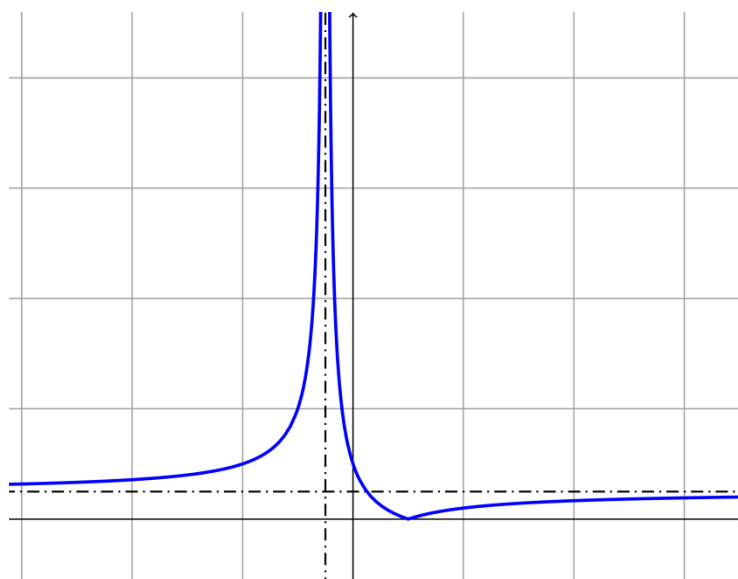
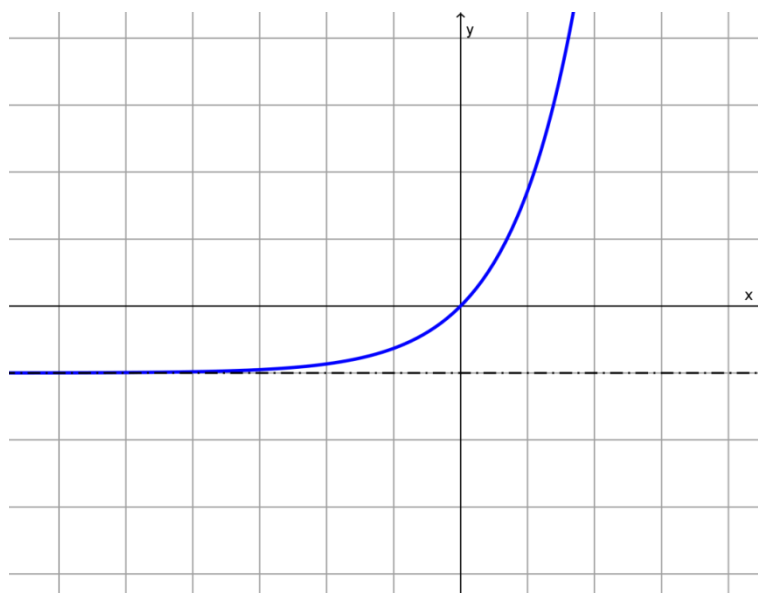
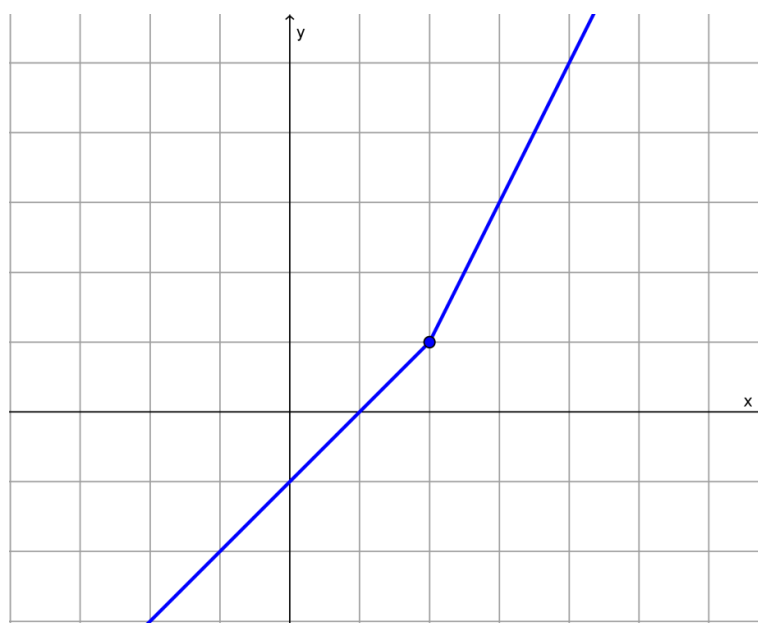
Stabilisci se ciascuna delle seguenti funzioni è invertibile e rappresenta la sua inversa:

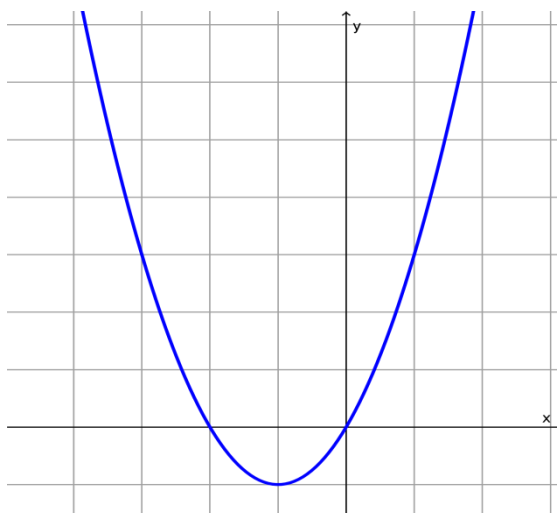
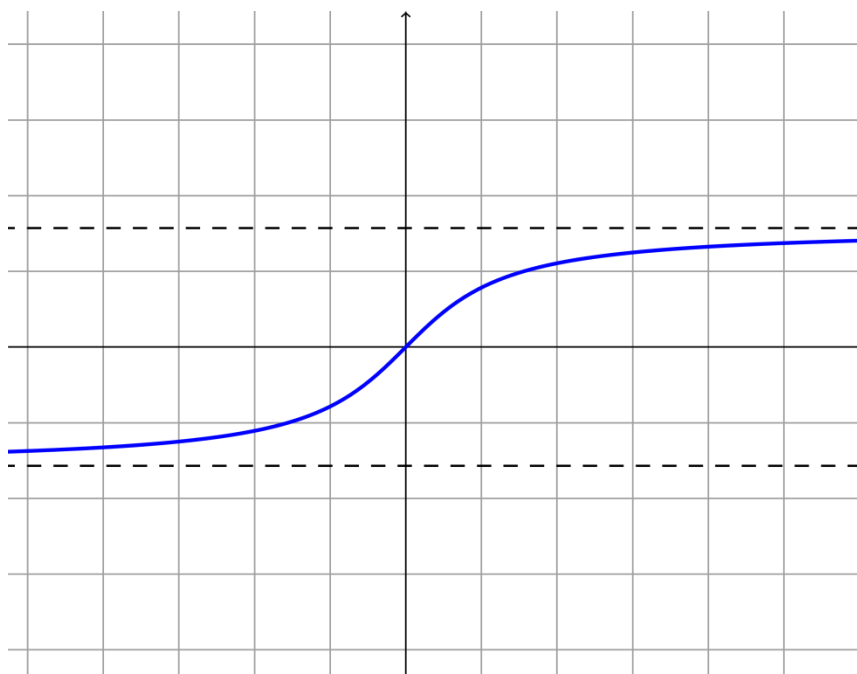
210.



211.



212.**213.****214.**

215.**216.****LIVELLO AVANZATO**

217. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & \text{se } x < 1 \\ \frac{b}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Determina per quali valori dei parametri a e b passa per i punti $A(2; 1)$ e $B(-2; 0)$.

218. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} 3x - a & \text{se } x < 0 \\ x^2 - bx & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

Determina per quali valori dei parametri a e b passa per i punti $A(-1; -2)$ e $B(2; 0)$. Rappresenta il grafico della funzione rispetto ai

parametri trovati e determina il codominio, stabilisci se è limitata o illimitata, e stabilisci se è invertibile.

219. Date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \frac{x-1}{2}$ determina la funzioni $f(g(x))$ e determina l'equazione della sua inversa.

220. Determina il dominio della funzione $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$.

221. Date le funzioni $f(x) = \sqrt{x + a - 1}$ e $g(x) = e^{x+1}$ determina a in modo che la funzione $f(g(x))$ passi per il punto $A(-1; 2)$.

222. Determina in funzione del parametro k il dominio delle seguenti funzioni:

$$y = \frac{x + 2}{x^2 - kx + 5}$$

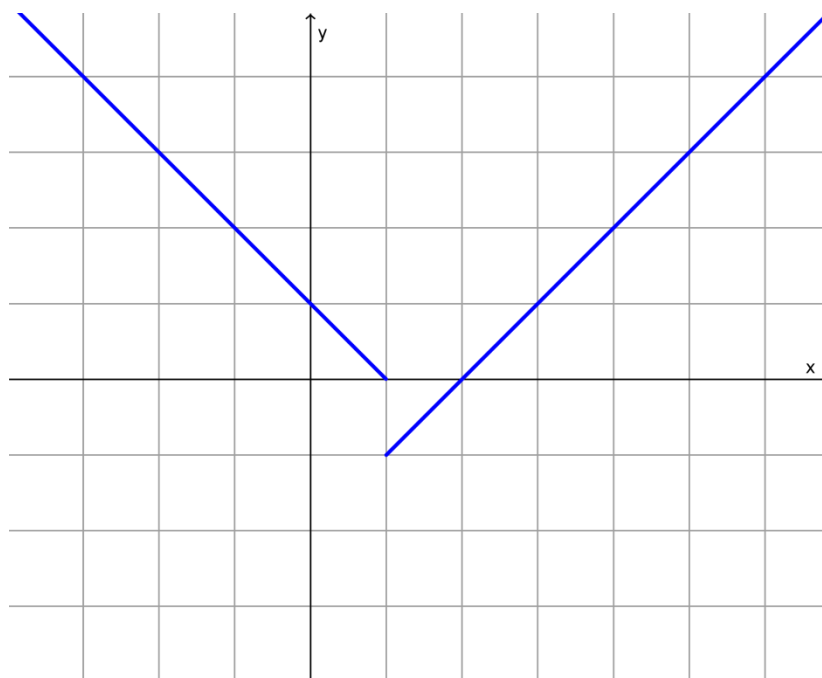
$$y = \ln(x^2 - k)$$

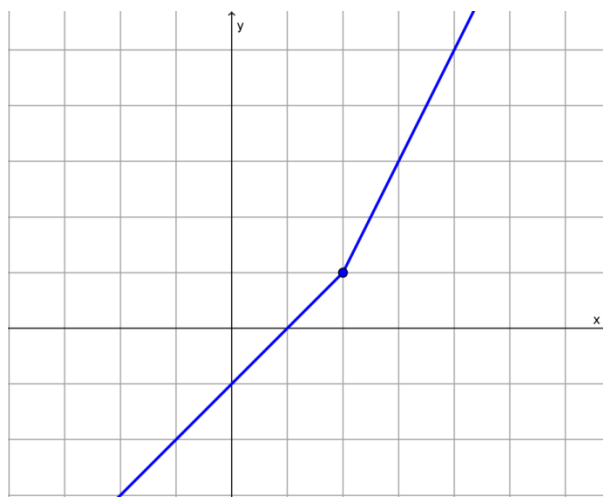
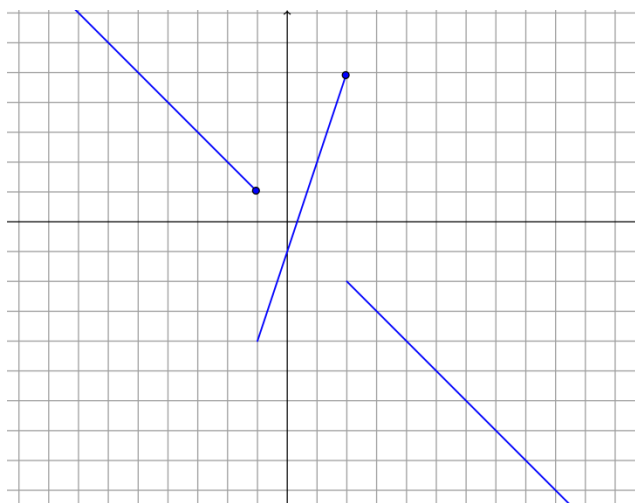
$$y = \sqrt{k - 2x}$$

$$y = \frac{x + k}{2k + 3x}$$

223. Nelle seguenti figure è tracciato il grafico della funzione f . Traccia il grafico della funzione inversa f^{-1} e determina l'espressione analitica sia di f che di f^{-1} .

224.



225.**226.**

Costruisci il grafico di una funzione con le seguenti caratteristiche:

- 227.** Ha dominio $D = (-\infty, 4)$, è crescente nell'intervallo $(2, 4)$, ha un punto di minimo assoluto in $x = 2$, $\sup(f) = +\infty$.
- 228.** Ha dominio $D = [-5, 0]$, $f(0) = 0$, ha un punto di minimo assoluto in $x = -4$ di valore -1 , ha un massimo assoluto in $x = -1$ e $f(-1) = 5$.
- 229.** Ha dominio $D = (-2, +\infty)$, è illimitata, è crescente nell'intervallo $(-2, 5)$, è decrescente da $(5, +\infty)$.
- 230.** Ha dominio $D = [-4, 10]$, ha un di minimo assoluto uguale -3 in $x = -1$, ha un massimo assoluto uguale a 5 in $x = 8$
- 231.** Ha dominio $D = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$, è decrescente nell'intervallo $(1, 4)$, ha un punto di minimo assoluto in $x = 3$ di valore -2 , $\sup(f) = +\infty$.