

20. ESERCIZI

CONCETTO DI DERIVATA

LIVELLO BASE

Calcola il rapporto incrementale delle seguenti funzioni nel punto x_0 e per l'incremento h assegnato:

1. $f(x) = x^2 - 1$ $x_0 = 2$ $h = 0,5$

2. $f(x) = x^2 + 3x$ $x_0 = 2$ $h = 0,25$

3. $f(x) = \frac{x-1}{x}$ $x_0 = 1$ $h = 0,1$

4. $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ $x_0 = 1$ $h = 0,4$

Calcola il rapporto incrementale delle seguenti funzioni nel punto generico x_0 e per l'incremento generico h :

5. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$

6. $f(x) = \frac{3x + 1}{x}$

7. $f(x) = 9 - x^2$

8. $f(x) = -2\ln x$

LIVELLO INTERMEDIO

Calcola applicando la definizione la derivata delle seguenti funzioni nel punto x_0 assegnato:

9. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ $x_0 = 1$

10. $f(x) = \sqrt{x}$ $x_0 = 4$

11. $f(x) = x^3 - 1$ $x_0 = 2$

12. $f(x) = x^2 - x + 1$ $x_0 = -1$

13. $f(x) = 2x^3 - x$ $x_0 = 1$

14. $f(x) = \frac{x+1}{2-x}$ $x_0 = 1$

15. $f(x) = \frac{x^2+1}{3-x}$ $x_0 = 2$

16. $f(x) = \frac{x+1}{x}$ $x_0 = 1$

Calcola applicando la definizione la derivata delle seguenti funzioni nel punto generico x_0 :

17. $f(x) = 2x - 1$

18. $f(x) = 3x^2 + 1$

19. $f(x) = \frac{2}{x+1}$

20. $f(x) = x + 1$

21. $f(x) = \frac{2x-1}{3-x}$

22. $f(x) = 2x^2 - x + 3$

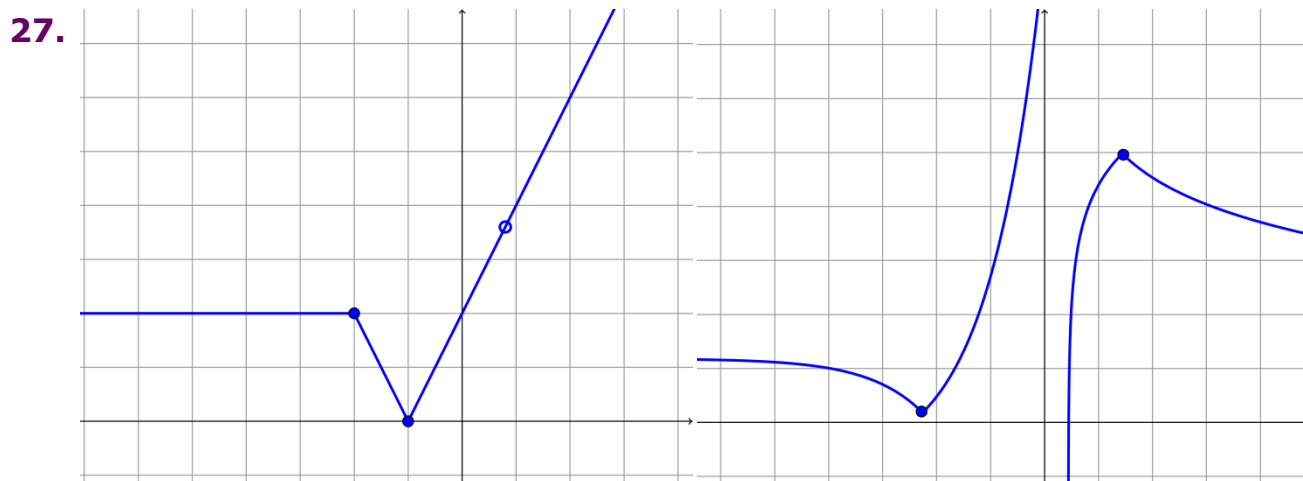
23. $f(x) = x^3$

24. $f(x) = 2 - x^3$

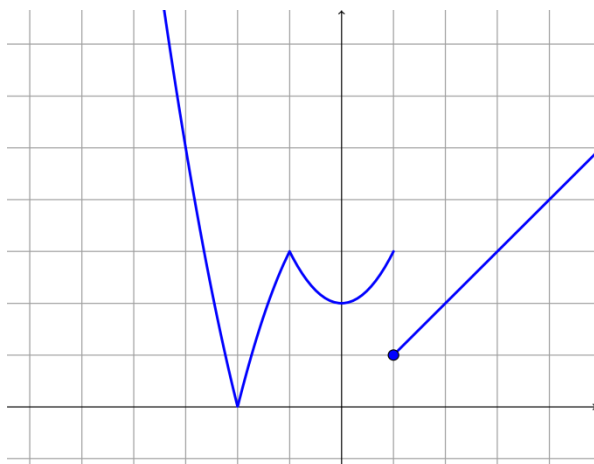
25. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

26. $f(x) = \sqrt{x-1}$

Individua i punti di discontinuità e di non derivabilità delle seguenti funzioni:



28.



LIVELLO AVANZATO

Rappresenta il grafico delle seguenti funzioni e individua dal grafico i punti di non derivabilità:

29. $f(x) = |x|$

30. $f(x) = |x - 2|$

31. $f(x) = |x^2 - x|$

32. $f(x) = |x^2 - 3x - 4|$

33. $f(x) = |\ln x| + 1$

34. Rappresenta alcuni grafici di funzioni che presentano punti di non derivabilità (punti angolosi, cuspidi e flessi a tangente verticale).

CALCOLO DELLE DERIVATE

LIVELLO BASE

Calcola la derivata delle seguenti funzioni elementari:

35. $y = x^5$

$[5x^4]$

$y = \sqrt{x}$

$\left[\frac{1}{2\sqrt{x}}\right]$

36. $y = x^{-3}$

$[-3x^{-4}]$

$y = \sqrt[3]{x}$

$\left[\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right]$

37. $y = x^{\frac{2}{3}}$

$\left[\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}\right]$

$y = \frac{1}{x^4}$

$\left[-\frac{4}{x^5}\right]$

38. $y = \sqrt{\frac{1}{x}}$

$\left[-\frac{1}{2x\sqrt{x}}\right]$

$y = \log_3 x$

$\left[\frac{1}{x \ln 3}\right]$

$$39. \quad y = \sqrt[4]{\frac{1}{x^3}} \quad \left[-\frac{3}{4\sqrt[4]{x^7}} \right] \quad y = 5^x \quad [5^x \ln 5]$$

$$40. \quad y = e^{-x} \quad [-e^{-x}] \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad \left[-\left(\frac{1}{3}\right)^x \ln 3 \right]$$

Calcola la derivata delle seguenti funzioni utilizzando la regola della derivata della somma:

$$41. \quad y = 3x \quad [3] \quad y = 2e^x \quad [2e^x]$$

$$42. \quad y = \frac{1}{4}x^4 \quad [x^3] \quad y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x \quad \left[-2\ln 3 \left(\frac{1}{3}\right)^x \right]$$

$$43. \quad y = 5e^{-x} \quad [-5e^{-x}] \quad y = 3x^6 \quad [18x^5]$$

$$44. \quad y = \frac{3}{5}x^2 \quad \left[\frac{6}{5}x \right] \quad y = -4x^3 \quad [-12x^2]$$

$$45. \quad y = 2x^3 - 6x^2 + x \quad [6x^3 - 12x + 1] \quad y = \frac{1}{\sqrt{2}}x^3 - \sqrt[3]{\frac{3}{2}}x^2 \quad \left[\frac{3}{\sqrt{2}}x^2 - 2\sqrt[3]{\frac{3}{2}}x \right]$$

$$46. \quad y = x^4 - 2x \quad [4x^3 - 2] \quad y = \frac{1}{3}x^5 - \frac{3}{4}x^4 \quad \left[\frac{5}{3}x^4 - 3x^3 \right]$$

$$47. \quad y = \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \quad \left[-\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x^3} \right] \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 2 \quad \left[-\left(\frac{1}{4}\right)^x \ln 4 \right]$$

$$48. \quad y = \ln x + x^3 \quad \left[\frac{1}{x} + 3x^2 \right] \quad y = \left(\frac{1}{5}\right)^x \quad \left[-\left(\frac{1}{5}\right)^x \ln 5 \right]$$

$$49. \quad y = \sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x} \quad \left[\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right] \quad y = x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \left[2x + \frac{1}{2\sqrt{x^3}} \right]$$

$$50. \quad y = 3\ln x - 4x^3 \quad \left[\frac{3}{x} - 12x^2 \right] \quad y = 3^x - \log_3 x \quad \left[3^x \ln 3 - \frac{1}{x \ln 3} \right]$$

$$51. \quad y = 3x^5 - 5x^3 - 2x + 6 \quad [15x^4 - 15x^2 - 2]$$

$$52. \quad y = \frac{1}{2}x^5 - \frac{4}{3}x^3 - \frac{5}{3}x + 1 \quad \left[\frac{5}{2}x^4 - 4x^2 - \frac{5}{3} \right]$$

$$53. \quad y = 3\sqrt{x} - \frac{2}{x^3} - 4x^{-3} + 2 \quad \left[\frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{6}{x^4} + 14x^{-4} \right]$$

$$54. \quad y = \ln x + 3e^x - \log_2 x - 3^x \quad \left[\frac{1}{x} + 3e^x - \frac{1}{x \ln 2} - 3^x \ln 3 \right]$$

Calcola la derivata delle seguenti funzioni utilizzando la regola della derivata del prodotto:

$$55. \quad y = x^4 e^x \quad [4x^3 e^x + x^4 e^x] \quad y = e^x \ln x \quad \left[e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right]$$

$$56. y = (2x - 4)(5 - 3x) \quad [2(5 - 3x) - 3(2x - 4)]$$

$$57. y = x^3(x^2 - 3x + 5) \quad [3x^2(x^2 - 3x + 5) + x^3(2x - 3)]$$

$$58. y = (x^2 - 2x)(x^2 - 4x + 2) \quad [(2x - 2)(x^2 - 4x + 2) + (x^2 - 2x)(2x - 4)]$$

$$59. y = 2x^3 \ln x \quad [6x^2 \ln x + 2x^2]$$

$$60. y = e^{x^3} \sqrt{x} \quad \left[e^{x^3} \sqrt{x} + e^{x^3} \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \right]$$

$$61. y = x^{-4}(x^4 - 2x) \quad [-4x^{-5}(x^4 - 2x) + x^{-4}(4x^3 - 2)]$$

$$62. y = 3e^x(\ln x + \sqrt{x}) \quad \left[3e^x(\ln x + \sqrt{x}) + 3e^x \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]$$

$$63. y = \sqrt{x} \cdot \ln \sqrt{x} \quad \left[\frac{\ln x}{4\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right]$$

$$64. y = \frac{1}{x}(2^x - 3x) \quad \left[-\frac{1}{x^2}(2^x - 3x) + \frac{1}{x}(2^x \ln 2 - 3) \right]$$

Calcola la derivata delle seguenti funzioni utilizzando la regola della derivata del quoziente:

$$65. y = \frac{1}{2x + 3} \quad \left[-\frac{2}{(2x + 3)^2} \right] \quad y = \frac{4}{1 - x^2} \quad \left[\frac{8x}{(1 - x^2)^2} \right]$$

$$66. y = \frac{x^2}{2x + 3} \quad \left[\frac{2x(x + 3)}{(2x + 3)^2} \right] \quad y = \frac{2}{x^2 - 1} \quad \left[-\frac{4x}{(x^2 - 1)^2} \right]$$

$$67. y = \frac{x}{x + 3} \quad \left[\frac{3}{(x + 3)^2} \right] \quad y = \frac{x^2}{x^2 + 1} \quad \left[\frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \right]$$

$$68. y = \frac{\ln x}{x^2} \quad \left[\frac{1 - 2\ln x}{x^3} \right] \quad y = \frac{x^2 + 6x}{x^3} \quad \left[\frac{-x - 12}{x^3} \right]$$

$$69. y = \frac{x^4}{3x + 2} \quad \left[\frac{x^3(9x + 8)}{(3x + 2)^2} \right] \quad y = \frac{2\ln x}{x^2} \quad \left[\frac{2(1 - 2\ln x)}{x^3} \right]$$

$$70. y = \frac{x + 1}{\sqrt{x}} \quad \left[\frac{x - 1}{2x\sqrt{x}} \right] \quad y = \frac{\sqrt{x}}{3x - 1} \quad \left[-\frac{3x + 1}{2\sqrt{x}(3x - 1)^2} \right]$$

$$71. y = \frac{\ln x + x}{x} \quad \left[\frac{1 - \ln x}{x^2} \right] \quad y = \frac{e^x + x}{x} \quad \left[\frac{e^x(x - 1)}{x^2} \right]$$

$$72. y = \frac{xe^x}{x^2 - 1} \quad \left[\frac{e^x(x^3 - x^2 - x - 1)}{(x^2 - 1)^2} \right]$$

$$73. y = \frac{x^2 - 4x}{x \ln x} \quad \left[\frac{x \ln x - x + 4}{x \ln^2 x} \right]$$

$$74. y = \frac{x^4 - 4x^2 + 4}{x^3 - 1} \quad \left[\frac{x(x^2 - 2)(x^3 + 6x - 4)}{(x^3 - 1)^2} \right]$$

$$75. y = \frac{x^2 + 4}{4 - x^2} \quad \left[\frac{16x}{(4 - x^2)^2} \right]$$

$$76. y = \frac{\sqrt{x}}{e^x + 1} \quad \left[\frac{e^x + 1 - 2xe^x}{2\sqrt{x}(e^x + 1)^2} \right]$$

$$77. y = \frac{e^x}{\ln x - 1} \quad \left[\frac{e^x(x \ln x - x - 1)}{x(\ln x - 1)^2} \right]$$

Calcola la derivata delle seguenti funzioni utilizzando la regola della derivata delle funzioni composte:

$$78. y = (x^2 - 1)^2 \quad [4x(x^2 - 1)] \quad y = e^{x^2} - 3 \quad [2xe^{x^2}]$$

$$79. y = (x^3 + 1)^2 \quad [6x^2(x^3 + 1)] \quad y = e^{2x} + 5 \quad [2e^{2x}]$$

$$80. y = \ln(x^3 - 4x + 1) \quad \left[\frac{1}{x^3 - 4x + 1} (3x^2 - 4) \right]$$

$$81. y = (x^3 - 3x^2 + 1)^3 \quad [3(x^3 - 3x^2 + 1)^2 (3x^2 - 6x)]$$

$$82. y = (x^3 - x^4)^2 \quad [2(x^3 - x^4)(3x^2 - 4x^3)]$$

$$83. y = (\ln x^3 - x^2 + x^3 - e^{3x})^5 \quad \left[5(\ln x^3 - x^2 + x^3 - e^{3x})^4 \left(\frac{3}{x} - 2x + 3x^2 - 3e^{3x} \right) \right]$$

$$84. y = \ln(x^{-4} + 2x^{-2} + 3x) \quad \left[\frac{1}{x^{-4} + 2x^{-2} + 3x} (-4x^{-5} - 4x^{-3} + 3) \right]$$

$$85. y = e^{4x^2 + 3x - 5} \quad [e^{4x^2 + 3x - 5} (8x + 3)]$$

$$86. y = e^{\sqrt{x} - 3x^2 - \frac{1}{x}} \quad \left[e^{\sqrt{x} - 3x^2 - \frac{1}{x}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 6x + \frac{1}{x^2} \right) \right]$$

$$87. y = \sqrt{x^5 - 3x^3 + x} \quad \left[\frac{5x^4 - 9x^2 + 1}{2\sqrt{x^5 - 3x^3 + x}} \right]$$

$$88. y = \sqrt[3]{e^x - 4x} \quad \left[\frac{e^x - 4}{3\sqrt[3]{(e^x - 4x)^2}} \right]$$

$$89. y = \frac{1}{(1 - 4x)^3} \quad \left[\frac{12}{(1 - 4x)^4} \right]$$

$$90. y = \frac{2}{(3x - 1)^3} \quad \left[-\frac{18}{(3x - 1)^4} \right]$$

$$91. y = e^{\frac{1}{x}} \quad \left[-e^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x^2} \right]$$

$$92. y = \sqrt[3]{3x + 1} \quad \left[\frac{1}{\sqrt[3]{(3x + 1)^2}} \right]$$

LIVELLO INTERMEDIO

Esercizi di riepilogo sul calcolo delle derivate

$$93. y = \ln(x^2 + 1) \quad \left[\frac{2x}{x^2 + 1} \right]$$

- 94.** $y = x^2 e^{x^3+1}$ $[e^{x^3+1}(3x^4 + 2x)]$
- 95.** $y = (\ln x + 1)^5$ $\left[\frac{5(\ln x + 1)^4}{x}\right]$
- 96.** $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x}$ $\left[\frac{x^2 - 3}{x^2}\right]$
- 97.** $y = \sqrt{\frac{1-x}{x+4}}$ $\left[-\frac{5}{2(x+4)^2} \sqrt{\frac{x+4}{1-x}}\right]$
- 98.** $y = \frac{\ln x^2}{x^2 + 1}$ $\left[\frac{2x^2 + 2 - 2x^2 \ln x^2}{x(x^2 + 1)^2}\right]$
- 99.** $y = \ln(x^2 + e^{2x})$ $\left[\frac{2e^{2x} + 2x}{x^2 + e^{2x}}\right]$
- 100.** $y = \ln x - \frac{x}{x-1}$ $\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{(x-1)^2}\right]$
- 101.** $y = x^2 - \ln^2 x$ $\left[2x - \frac{2\ln x}{x}\right]$
- 102.** $y = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ $\left[\frac{4x}{x^4 - 1}\right]$
- 103.** $y = \frac{x^3 - 2x}{(x-2)^2}$ $\left[\frac{x^3 - 6x^2 + 2x + 4}{(x-2)^3}\right]$
- 104.** $y = \frac{x^2 - 1}{(x+1)^3}$ $\left[\frac{3-x}{(x+1)^3}\right]$
- 105.** $y = \sqrt{\frac{x+2}{x}}$ $\left[-\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{x}{x+2}}\right]$
- 106.** $y = \frac{\sqrt{x+1}}{(x-2)^2}$ $\left[\frac{-3x-6}{2(x-2)^3 \cdot \sqrt{x+1}}\right]$
- 107.** $y = x \sqrt{\frac{1-x}{x}}$ $\left[\frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}\right]$
- 108.** $y = \ln(3x) + \sqrt{x^2 + 3} - 3x$ $\left[\frac{1}{x} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} - 3\right]$
- 109.** $y = \ln(x^2 + 1)$ $\left[\frac{2x}{x^2 + 1}\right]$
- 110.** $y = \ln \sqrt{x+1}$ $\left[\frac{1}{2(x+1)}\right]$
- 111.** $y = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x < 0 \\ \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$
- 112.** $y = \begin{cases} x^2 + 3x & \text{se } x < 0 \\ e^{3x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

$$113. y = \begin{cases} x^3 & \text{se } x < 1 \\ x^2 + 4x + 4 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$114. y = \begin{cases} \ln(x^2 + 1) & \text{se } x < 0 \\ e^{x^2-1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$115. y = \begin{cases} \sqrt{-x+5} & \text{se } x < 5 \\ 3x+1 & \text{se } x \geq 5 \end{cases}$$

$$116. y = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$117. y = |x^2 - x|$$

$$118. y = |x^2 - 2x - 3|$$

$$119. y = |x + 2| - x$$

$$120. y = |x^3 + 1| - x^2$$

Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti indicati e rappresenta sul piano cartesiano la retta trovata:

$$121. y = x^3 - 2 \quad \text{in } x_0 = 1 \quad [y = 3x - 4]$$

$$122. y = \ln(2x + 3) \quad \text{in } x_0 = -1 \quad [y = 2x + 2]$$

$$123. y = \frac{x+2}{x} \quad \text{in } x_0 = 1 \quad [y = -2x + 5]$$

$$124. y = \sqrt{x+1} \quad \text{in } x_0 = 3 \quad \left[y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \right]$$

$$125. y = e^{x^3+1} \quad \text{in } x_0 = -1 \quad [y = 3x + 4]$$

$$126. y = \frac{x^4-4x^2+4}{x^3-1} \quad \text{in } x_0 = -1 \quad \left[y = -\frac{11}{4}x - \frac{13}{4} \right]$$

$$127. y = \frac{\sqrt{x-1}}{2x-3} \quad \text{in } x_0 = 2 \quad \left[y = -\frac{3}{2}x + 4 \right]$$

Calcola la derivata seconda delle seguenti funzioni

$$128. y = 4x - 2 \quad [0]$$

$$129. y = x^2 - 2x + 1 \quad [2]$$

$$130. y = \ln x \quad \left[-\frac{1}{x^2} \right]$$

$$131. y = e^{3x} + x^2 - 3x \quad [9e^{3x} + 2]$$

$$132. y = 3x^3 + x^2 \quad [18x + 2]$$

$$133. y = \frac{2}{(x-5)^3}$$

$$\left[\frac{24}{(x-5)^5} \right]$$

$$134. y = \sqrt{\frac{x^2}{x+1}}$$

Calcola la derivata dell'ordine n indicato:

$$135. y = x^4 + x^2 - 3 \quad n = 3$$

[24x]

$$136. y = e^{3x^2-2x} + 2x^2 \quad n = 4$$

$$137. y = \ln(x^2 + 2x - 1) \quad n = 4$$

$$138. y = e^{3x} + e^{-x} \quad n = 5$$

$$139. y = \sqrt{x^2 - x} \quad n = 2$$

$$140. y = \frac{x^2+4}{x} \quad n = 3$$

LIVELLO AVANZATO

141. Data la funzione $y = e^{3x} - 2$ determina l'equazione:

- a) della retta tangente passante per l'origine;
- b) della retta tangente parallela alla bisettrice del primo e secondo quadrante.

142. Data la funzione $y = x^3 + 2$ determina l'equazione:

- a) della retta tangente passante per l'origine;
- b) della retta tangente parallela alla bisettrice del secondo e quarto quadrante.

143. Determina l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ nei suoi punti d'intersezione con gli assi cartesiani.

144. Determina l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $y = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 4$ nel punto d'intersezione con l'asse y .

145. Determina l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $y = \frac{x^2-4}{x}$ nei punti d'intersezione con l'asse x .

146. Determina il valore del parametro k in modo che la tangente al grafico

della funzione $y = e^x + 2x + k + 3$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$ sia perpendicolare alla retta di equazione $2x - y + 1 = 0$

147. Determina il valore del parametro k in modo che la tangente al grafico della funzione $y = x^3 - 2x + k$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$ sia parallela alla retta di equazione $2x - y + 1 = 0$

148. Determina il valore del parametro k in modo che la tangente al grafico della funzione $y = \frac{x^2 - 2x + k}{x + 3}$ nel punto di ascissa $x_0 = -1$ sia:

- parallela alla retta di equazione $2x - y + 1 = 0$
- perpendicolare alla retta di equazione $x - 3y + 1 = 0$

Calcola la derivata delle inverse $g(x)$ delle seguenti funzioni $f(x)$, nei punti indicati, applicando la regola della funzione inversa:

149. $f(x) = \frac{x-2}{x}$ $g'(1)$

150. $f(x) = \sqrt{x}$ $g'(4)$

151. $f(x) = \sqrt[3]{x}$ $g'(1)$

152. $f(x) = e^{-x}$ $g'(1)$

153. $f(x) = 2\ln x$ $g'(2)$

154. $f(x) = x^5 + x^3$ $g'(-2)$

155. $f(x) = e^x + x^3$ $g'(1)$

156. $f(x) = \ln x + x^2$ $g'(1)$

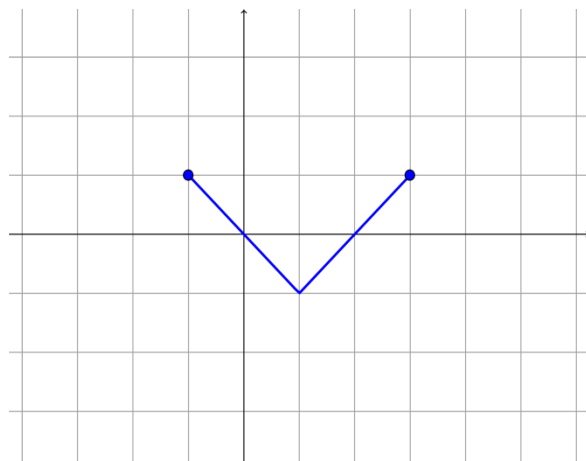
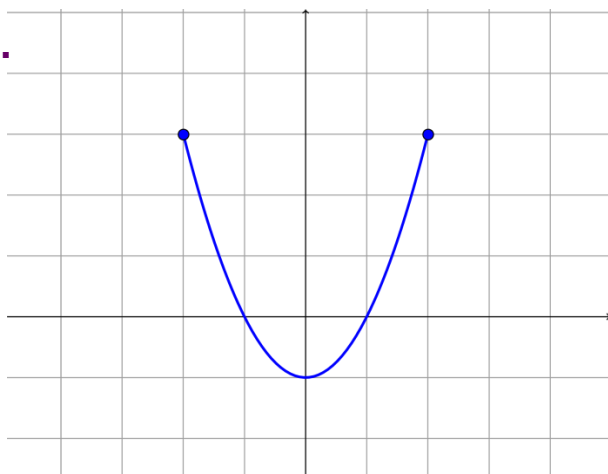
157. $f(x) = x^3 + 1$ $g'(-1)$

TEOREMI DI ROLLE, LAGRANGE E DE L'HÔPITAL

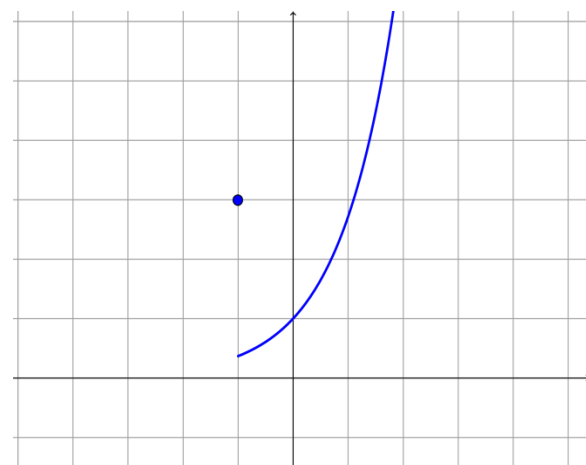
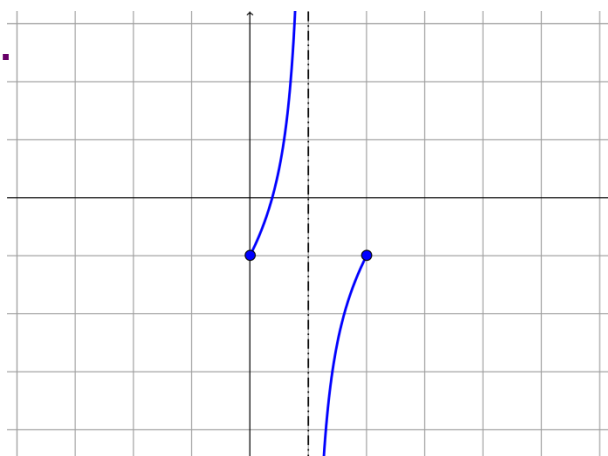
LIVELLO BASE

Stabilisci se per le funzioni rappresentate nei seguenti grafici è applicabile il teorema di Rolle:

158.

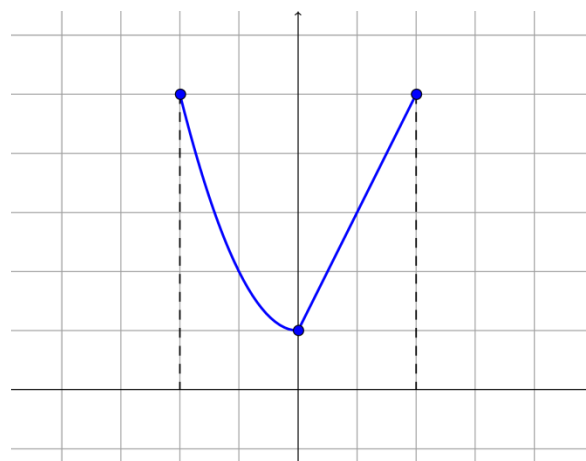
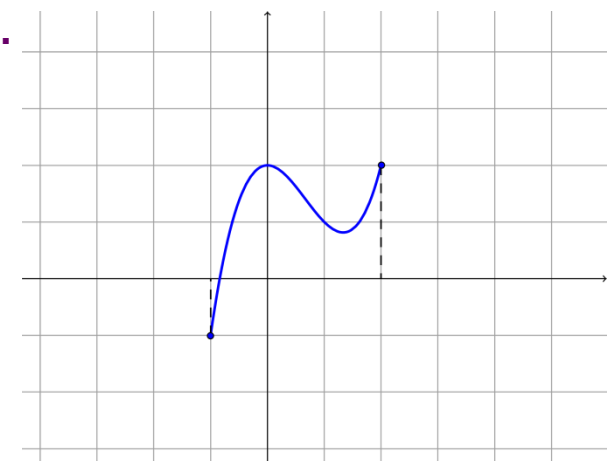


159.

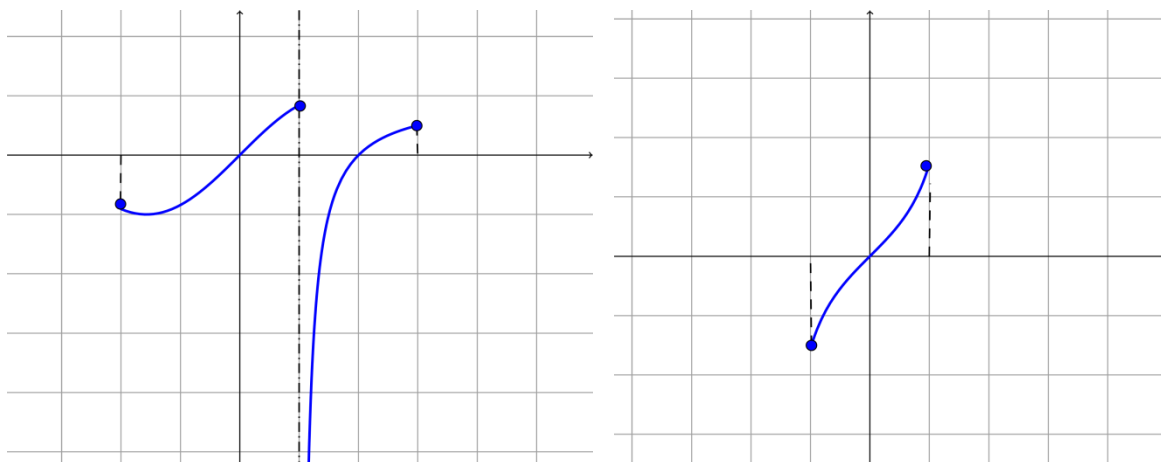


Stabilisci se per le funzioni rappresentate nei seguenti grafici è applicabile il teorema di Lagrange:

160.



161.



LIVELLO INTERMEDIO

Stabilisci se per le seguenti funzioni è applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo indicato e, in caso affermativo, determina le ascisse dei punti che verificano la tesi:

162. $y = x^2 - 4x + 4$ in $[0, 1]$

163. $y = x^2 - 4x + 2$ in $[1, 3]$

164. $y = x^2 - 3x$ in $[-2, 1]$

165. $y = x^2 - 2x$ in $[-1, 1]$

[non applicabile]

166. $y = x^2 - 2x + 1$ in $[0, 2]$

167. $y = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1}$ in $[-3, 3]$

168. $y = \frac{x^2 - 9}{x^2}$ in $[-3, 3]$

[non applicabile]

169. $y = \sqrt{1 - x^2}$ in $[-1, 1]$

170. $y = \sqrt[3]{|x - 3|}$ in $[0, 4]$

[non applicabile]

171. $y = \sqrt{1 - x^2}$ in $[-1, 1]$

172. $y = \ln(x^2 + 1)$ in $[-1, 1]$

173. $y = \sqrt[7]{2 + |x|}$ in $[-2, 2]$

[non applicabile]

174. $y = e^x + e^{-x}$ in $[-1, 1]$

[$x = 0$]

175. $y = \frac{x^3 - 2x + 1}{x - 2}$ in $[-3, 3]$

[non applicabile]

$$176. y = \begin{cases} 2x - 3 & \text{se } x < 0 \\ x^2 - x - 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 2] \quad [\text{non applicabile}]$$

$$177. y = \begin{cases} 2x & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 2x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-2, 2] \quad [\text{non applicabile}]$$

Stabilisci se per le seguenti funzioni è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo indicato e, in caso affermativo, determina le ascisse dei punti che verificano la tesi:

$$178. y = x^2 + 4x + 4 \quad \text{in } [-1, 1]$$

$$179. y = x^2 + 2x \quad \text{in } [-1, 1]$$

$$180. y = x^2 - 3x + 2 \quad \text{in } [0, 2]$$

$$181. y = x^3 - 2x + 1 \quad \text{in } [-2, 1]$$

$$182. y = x - \ln x \quad \text{in } [1, e]$$

$$183. y = e^x + e^{-x} \quad \text{in } [-1, 0]$$

$$184. y = \frac{2x-5}{x+2} \quad \text{in } [-1, 1]$$

$$185. y = \sqrt[3]{x-3} \quad \text{in } [2, 5] \quad [\text{non applicabile}]$$

$$186. y = \frac{2x-5}{x+2} \quad \text{in } [-1, 1]$$

$$187. y = \frac{3x^2 - |x|}{x+6} \quad \text{in } [-2, 1] \quad [\text{non applicabile}]$$

$$188. y = |x^2 - 1| \quad \text{in } [-3, -2]$$

$$189. y = \frac{x^4 - 3x^2}{x+2} \quad \text{in } [-3, 1] \quad [\text{non applicabile}]$$

$$190. y = \ln(x+1) \quad \text{in } [-1, 0] \quad [\text{non applicabile}]$$

$$191. y = \ln(x+1) \quad \text{in } [0, 1]$$

$$192. y = \frac{x+1}{x} \quad \text{in } [1, 4]$$

$$193. y = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } x < 0 \\ x^2 - x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-2, 2] \quad [\text{non applicabile}]$$

$$194. y = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } x < 0 \\ x^2 - x - 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 2] \quad [\text{non applicabile}]$$

$$195. y = \begin{cases} 3x^2 + 2x & \text{se } x < 0 \\ 2e^x - 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 2]$$

Applicando la regola di de l'Hôpital calcola i seguenti limiti:

196. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$ [3]
197. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3 - x)}{x - 2}$ [-1]
198. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$ [3]
199. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x + 1}$ [$+\infty$]
200. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x^2}$ [$+\infty$]
201. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 12}$ [$\frac{6}{7}$]
202. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$ [$\ln \frac{2}{3}$]
203. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^x - 8}{x^2 - 9}$ [$\frac{4}{3} \ln 2$]
204. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{x}}{x - 2}$ [$-\frac{\sqrt{2}}{4}$]
205. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln x - \ln 5}{x^2 - 25}$ [$\frac{1}{50}$]
206. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x^2 - 3x}$ [$\frac{\sqrt{3}}{18}$]
207. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3}{\ln x}$ [$+\infty$]
208. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x}$ [$+\infty$]
209. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{e^x}$ [0]
210. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} + x}{e^{-3x}}$ [0]
211. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\ln(1 - x)}$ [$-\infty$]
212. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\ln x - x}$ [$-\infty$]
213. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^2 + 1}{e^x}$ [0]
214. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\ln x}$ [$-\infty$]

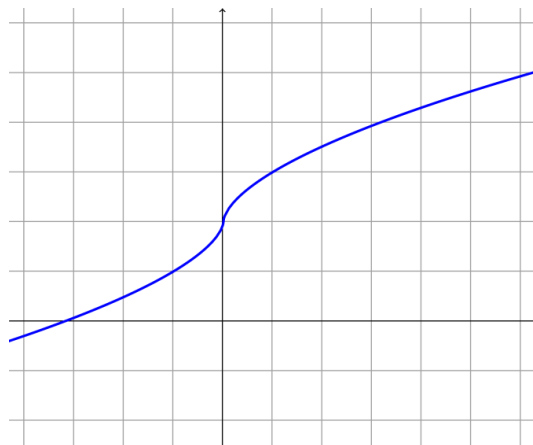
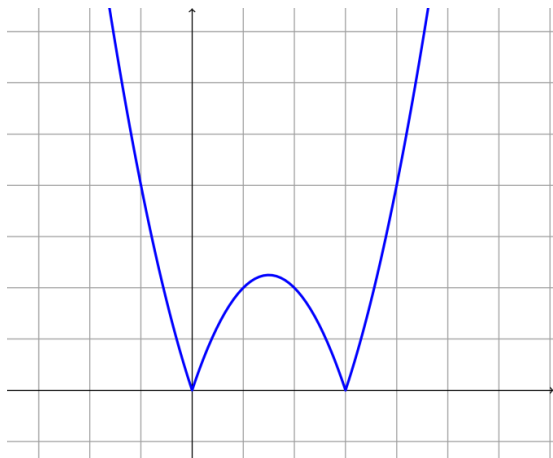
215. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 3\ln x}{2 - \ln x}$ [3]

216. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 3}{\ln x + 4}$ $[+\infty]$

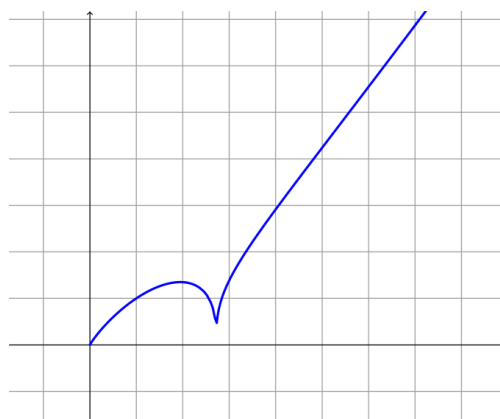
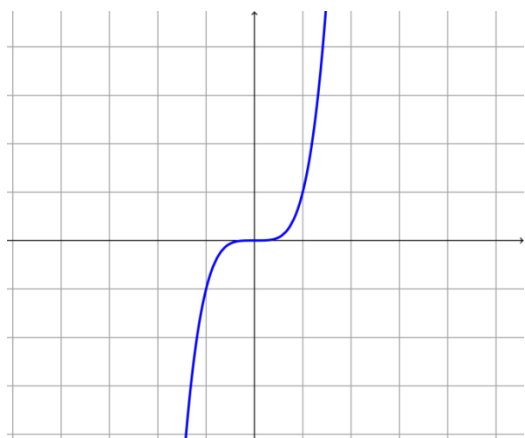
217. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^3 - 3)}{x^2}$ [0]

Classifica gli eventuali punti di non derivabilità delle funzioni rappresentate dai seguenti grafici:

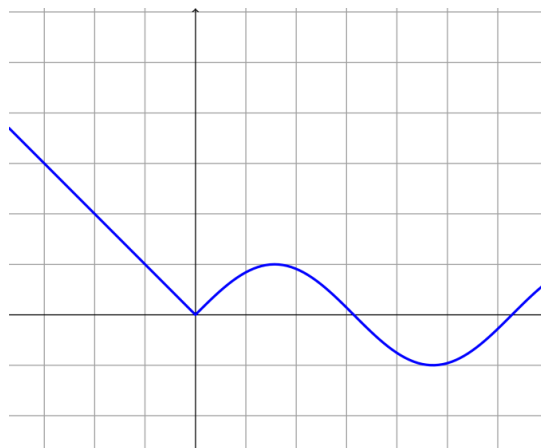
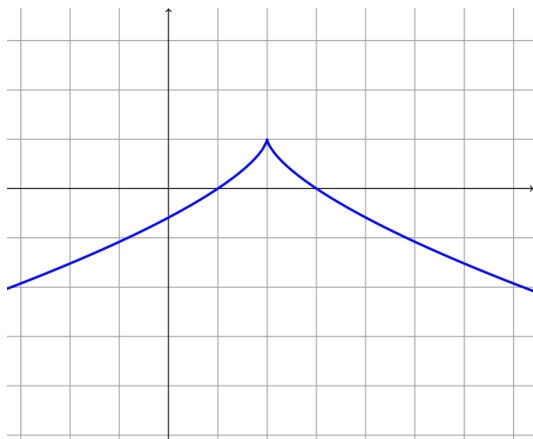
218.



219.



220.



LIVELLO AVANZATO

Determina i valori dei parametri in modo che sia applicabile il teorema di Rolle alle seguenti funzioni:

$$221. y = \begin{cases} x^3 & \text{se } x < 0 \\ ax^2 - x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 2]$$

$$222. y = \begin{cases} x^2 - a & \text{se } x < 0 \\ -x^2 - 3x + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-2, 1]$$

$$223. y = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ x^2 - a + 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [0, 1]$$

$$224. y = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{se } x < 0 \\ -x^2 + cx & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 1]$$

Determina i valori dei parametri in modo che sia applicabile il teorema di Lagrange alle seguenti funzioni:

$$225. y = \begin{cases} x - a & \text{se } x < 0 \\ ax^2 - x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 2]$$

$$226. y = \begin{cases} x^3 + 8 & \text{se } x < 0 \\ ax - 4 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 2]$$

$$227. y = \begin{cases} ax & \text{se } x < 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 2]$$

$$228. y = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{se } x < 0 \\ e^{-x} + 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 1]$$

Studia la natura dei seguenti punti di non derivabilità delle seguenti funzioni:

$$229. y = |\ln(x + 1)|$$

$$230. y = |x| \cdot x^3$$

$$231. y = \sqrt[3]{x^3 - x}$$

$$232. y = |x^3 - 2x + 1|$$

$$233. y = \sqrt[5]{x^3}$$

$$234. y = \sqrt[3]{x^2}$$

$$235. y = x\sqrt{|x|}$$

$$236. y = -\sqrt[3]{x^2 - 4}$$

STUDIO DELLA MONOTONIA, DEI PUNTI STAZIONARI**LIVELLO BASE**

Determina gli intervalli dove le seguenti funzioni sono crescenti o decrescenti

e gli eventuali punti di massimo, di minimo relativo e di flesso a tangente orizzontale:

237. $y = x^2 - 2x - 3$

238. $y = x^2 + 4$

239. $y = x^4 - 2x^2$

240. $y = -2x^3 - 3x^2 - 3$

241. $y = x^3 - 6x$

242. $y = \frac{1}{3}x^3 - 9x - 1$

243. $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$

244. $y = (x - 2)^3(x + 3)^2$

245. $y = \frac{16}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 5$

246. $y = 2x + \frac{1}{x}$

247. $y = \frac{4}{x} + 2x$

248. $y = \frac{3}{x} + x + 1$

249. $y = \frac{x + 1}{x^2}$

250. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

251. $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$

252. $y = \frac{x^2 - 9}{x^3}$

253. $y = \frac{x^2 - x}{x + 2}$

254. $y = \frac{(x - 2)^2}{x^2 - 4}$

255. $y = \frac{(x + 1)^2}{(x + 4)^2}$

256. $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

$$257. y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 4}$$

$$258. y = \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 + 4x - 5}$$

$$259. y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x - 2}$$

LIVELLO INTERMEDIO

Determina gli intervalli dove le seguenti funzioni sono crescenti o decrescenti e gli eventuali punti di massimo, di minimo relativo e di flesso a tangente orizzontale:

$$260. y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x - 2}}$$

$$261. y = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

$$262. y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}}$$

$$263. y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x}}$$

$$264. y = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$$

$$265. y = x\sqrt{x}$$

$$266. y = \sqrt[3]{x} + x$$

$$267. y = e^{\frac{x^3 - 1}{x}}$$

$$268. y = e^{x^2 - 2x}$$

$$269. y = xe^{x^3 - 1}$$

$$270. y = \frac{e^x}{x}$$

$$271. y = xe^{-\frac{1}{x}}$$

$$272. y = e^{-2x} - 2e^x$$

$$273. y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

$$274. y = e^{\frac{x^2}{x+3}}$$

$$275. y = \ln^2(x+1)$$

$$276. y = \ln(x^2 - 3x + 2)$$

$$277. y = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$278. y = \ln x + \frac{1}{x}$$

$$279. y = \ln(2x - x^2)$$

$$280. y = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$$

$$281. y = x \ln x$$

$$282. y = \frac{x}{\ln x}$$

$$283. y = \frac{\ln x}{x^2}$$

$$284. y = e^{x \ln |x|}$$

Stabilisci se esistono, il massimo e il minimo assoluto delle seguenti funzioni, nell'intervallo indicato

$$285. y = x^2 + x - 2 \quad [-2, 1]$$

$$286. y = x^4 - 2x^2 \quad [0, 2]$$

$$287. y = x^3 + x - 2 \quad [-1, 1]$$

$$288. y = \frac{1}{x} + x \quad \left[-2, \frac{1}{2}\right]$$

$$289. y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} \quad [-4, 4]$$

$$290. y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 4} \quad [-2, 1]$$

LIVELLO AVANZATO

291. Una fabbrica vende una quantità x di elettrodomestici alla settimana. In una settimana l'azienda può produrre al massimo 250 pezzi. Il costo totale, in euro, derivante dalla produzione di x elettrodomestici è espresso dalla seguente funzione: $C(x) = x^3 - 24x^2 + 400x - 240$.

Sapendo che ogni elettrodomestico viene venduto a 300 €, determina:

- la funzione $G(x)$ che esprime il guadagno derivante dalla vendita degli x elettrodomestici.
- quanti elettrodomestici deve produrre l'azienda per ottenere il massimo guadagno.

292. Un'azienda produce una quantità x di oggetti al giorno, e può produrre al massimo 1000 pezzi al giorno.

Il costo giornaliero per la produzione degli oggetti è dato dalla funzione $C(x) = x^2 + 40x - 2500$.

Sapendo che il costo medio unitario di produzione di un oggetto si ottiene dalla funzione $f(x) = \frac{C(x)}{x}$, determina:

- l'espressione analitica di $F(x)$
- per quale valore x il costo medio unitario è, minimo.

293. Una fabbrica vende una quantità x di scatole all'anno. Il costo totale, in euro, derivante dalla produzione di x scatole è espresso dalla seguente funzione: $C(x) = e^{\frac{x}{3}} + 50x$.

Sapendo che $R(x) = 100x$ determina:

- la funzione $G(x)$ che esprime il guadagno derivante dalla vendita degli x scatoloni.
- Qual è il massimo guadagno che la fabbrica può realizzare in un anno, e in corrispondenza di quale valore di x si ottiene.

CONCAVITA' E FLESSI

LIVELLO BASE

Determina gli intervalli dove le seguenti funzioni sono concave o convesse e determina gli eventuali punti di flesso.

294. $y = 2x^3 - x$

295. $y = x^3 - \frac{1}{4}x^4$

296. $y = x^3 + x - 2$

297. $y = -x^4 - x^3$

298. $y = x^4 + 3x^2 - 4$

299. $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$

300. $y = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$

301. $y = x^5 - 2x^3 - 1$

302. $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$

303. $y = (x - 3)^3(x + 2)^2$

304. $y = \frac{16}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 5$

305. $y = 2x + \frac{1}{x}$

306. $y = \frac{1}{x^2 + 2}$

307. $y = \frac{1}{x^2 - 1}$

308. $y = \frac{x}{x^2 + 2}$

309. $y = \frac{1}{x} + 2x + 3$

310. $y = \frac{x - 1}{x^2}$

311. $y = \frac{x}{x^2 + 4}$

312. $y = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 9}$

313. $y = \frac{x^2 - 4}{x^3}$

314. $y = \frac{x^2 - x}{x + 1}$

315. $y = \frac{(x - 2)^2}{x^2 - 4}$

316. $y = \frac{(x + 2)^2}{(x - 2)^2}$

317. $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

318. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$

319. $y = \frac{x^3 + 2x^2 + 2x}{(x - 1)^2}$

$$320. y = \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 + 2}$$

LIVELLO INTERMEDIO

Determina gli intervalli dove le seguenti funzioni sono concave o convesse e determina gli eventuali punti di flesso.

$$321. y = \frac{x}{\sqrt{x-2}}$$

$$322. y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$$

$$323. y = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$324. y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$325. y = \frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}-x}$$

$$326. y = x^2 + \sqrt{x}$$

$$327. y = x^2 + \sqrt{x+2}$$

$$328. y = e^{1-3x^2}$$

$$329. y = e^{x^2-2}$$

$$330. y = xe^x$$

$$331. y = x^2e^x$$

$$332. y = \frac{e^x}{x}$$

$$333. y = xe^{-\frac{1}{x}}$$

$$334. y = e^{-2x} - 2e^x$$

$$335. y = \frac{e^x}{e^x+1}$$

$$336. y = xe^{-x}$$

$$337. y = \ln(x+2)$$

$$338. y = x \ln^2 x$$

339. $y = x^2 \ln x$

340. $y = \ln x + \frac{1}{x}$

341. $y = \ln(2x - x^2)$

342. $y = \ln^2 x$

343. $y = x \ln x$

344. $y = x e^{\frac{1}{\ln x + 1}}$

LIVELLO AVANZATO

Determina le equazioni delle tangenti nei punti di flesso delle seguenti funzioni:

345. $y = x^3 - 2x^2$

346. $y = 4x^4 - x^2$

347. $y = \frac{x^4 - 1}{x}$

348. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

349. $y = x e^x$

350. $y = x \ln x$

351. Determina per quali valori dei parametri a e b la funzione

$$y = ax^3 + bx^2 + 2$$

presenta un flesso nel punto $F(2; 0)$.

352. Determina per quali valori dei parametri a e b la funzione

$$y = x^3 + ax^2 + bx + 1$$

presenta un flesso nel punto $F(1; 0)$.

353. Determina per quali valori del parametro a la funzione

$$y = \frac{3}{x^2 + ax + 2}$$

presenta un flesso nel punto $F(-1; 0)$.

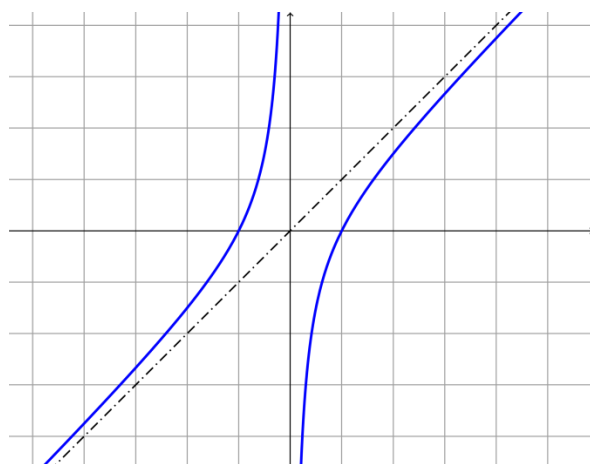
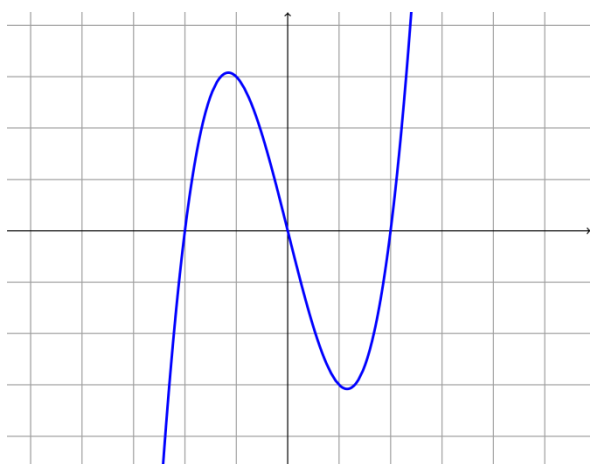
STUDIO DI FUNZIONE

LIVELLO BASE

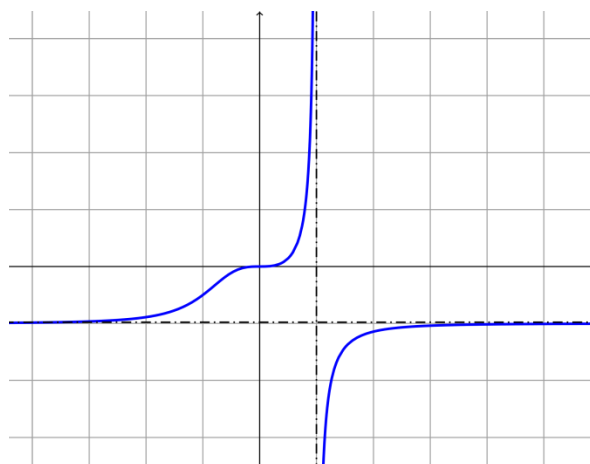
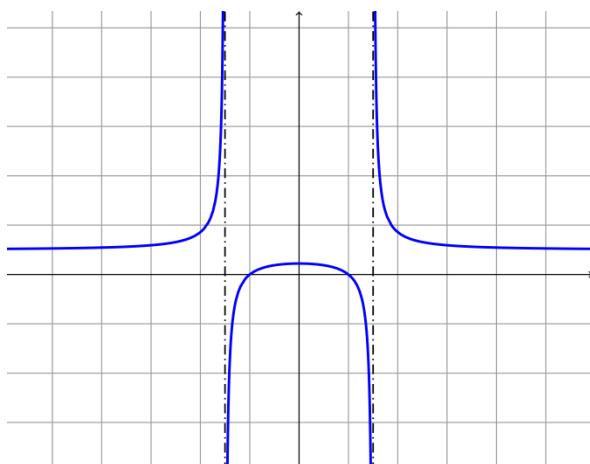
Per ognuna delle funzioni rappresentate nei seguenti grafici individua:

- il dominio e il codominio
- eventuali simmetrie rispetto agli assi
- le intersezioni con gli assi
- gli intervalli dove è positiva e quelli dove è negativa
- i limiti negli estremi del dominio
- le equazioni degli asintoti
- gli intervalli di monotonia
- i punti di massimo e di minimo assoluti e relativi
- gli intervalli dove è concava e quelli dove è convessa
- i punti di flesso
- gli eventuali punti di non derivabilità

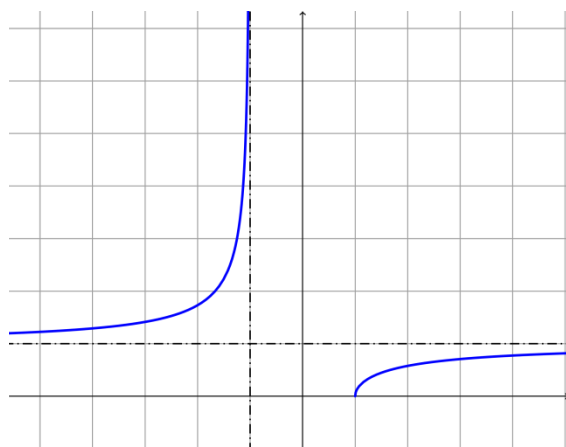
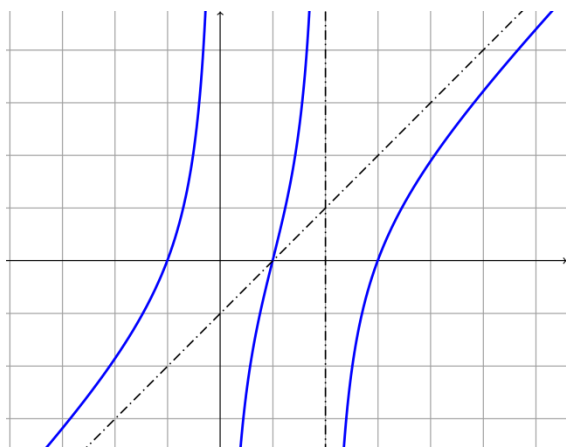
354.



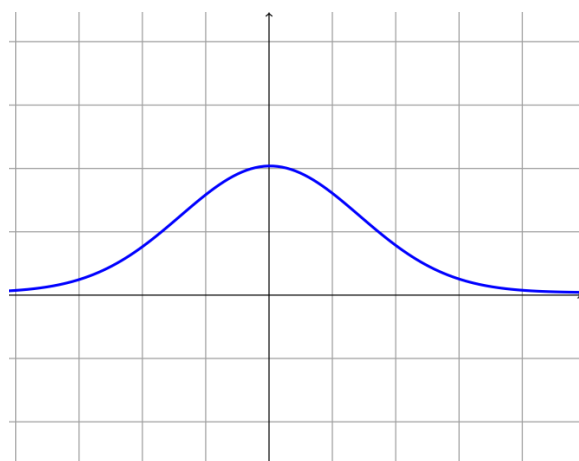
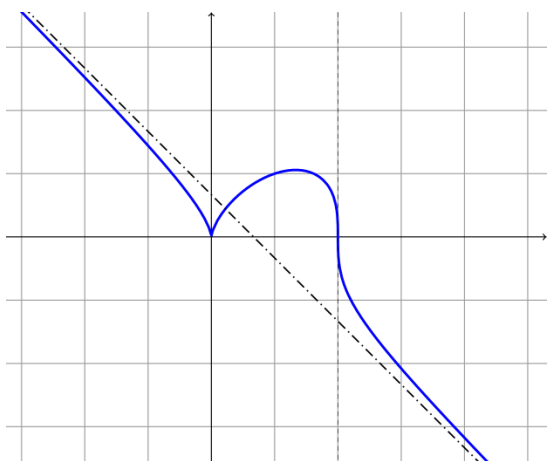
355.



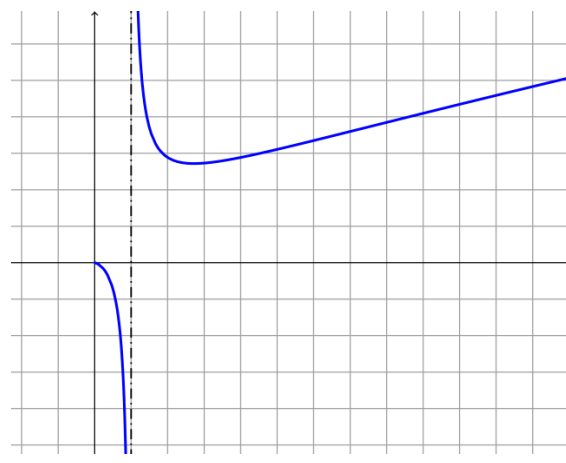
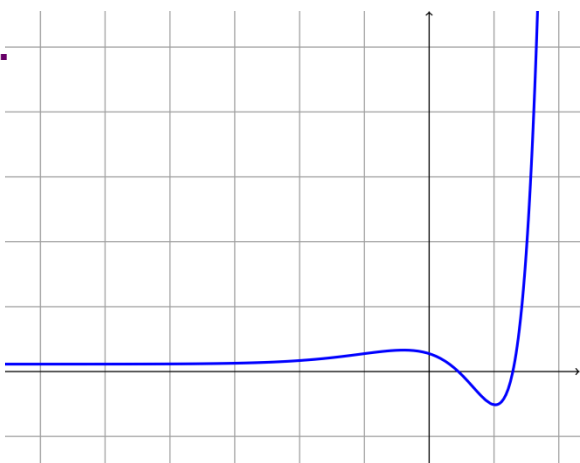
356.



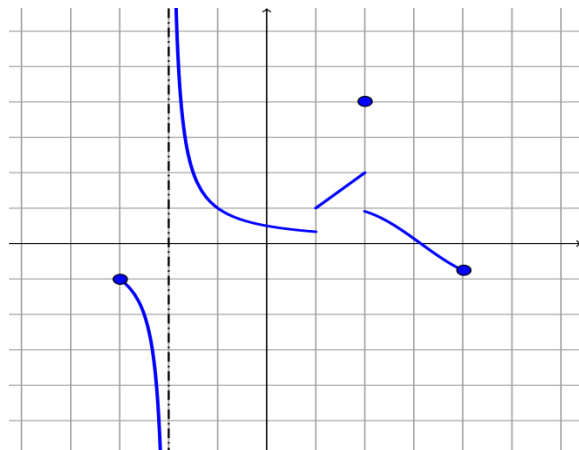
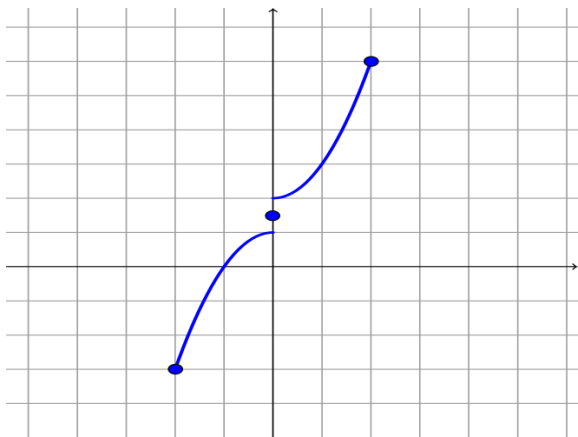
357.



358.



359.



Studia e traccia il grafico delle seguenti funzioni:

360. $y = x^3 - 2x^2$

361. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

362. $y = x^3 - 3x + 2$

363. $y = x^4 - 4x$

364. $y = x(x - 3)^2$

365. $y = 2x^4 - 4x^3$

366. $y = x^3 - 3x^2 + x - 3$

367. $y = x^4 - 5x^2 + 4$

368. $y = (x - 2)^5$

369. $y = -x^3 + 5x^2 - 8x + 4$

370. $y = x(x^2 - 9)$

371. $y = x^2(5 - x)$

372. $y = (16 - x^2)^3$

373. $y = x^5 - 2x^3$

374. $y = x^4 - 2x^3$

375. $y = -x^4 + 2x^2$

376. $y = x(x^2 - 3x + 2)$

377. $y = 1 + (x^2 + 3x)^2$

378. $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4$

379. $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$

380. $y = x \left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \right)^2$

381. $y = (x - 4)^2(x + 2)^3$

382. $y = \frac{x}{x^2 - 3x}$

$$383. y = \frac{2}{x-3}$$

$$384. y = \frac{3}{4-x}$$

$$385. y = \frac{1}{x^2-1}$$

$$386. y = \frac{x^2}{x^2-1}$$

$$387. y = \frac{1}{x^3-8x}$$

$$388. y = \frac{x+6}{x^2-1}$$

$$389. y = \frac{x^3}{x^2-1}$$

$$390. y = \frac{x^4}{x^2-4}$$

$$391. y = \frac{x^2-9}{x^2+9}$$

$$392. y = \frac{x^2-4x-5}{x^2-1}$$

$$393. y = \frac{x^3-8}{x^2-1}$$

$$394. y = 4x + \frac{1}{x}$$

$$395. y = \frac{x^2-2x+1}{x^2-3x}$$

$$396. y = \frac{x^2}{2x^3-x^2-2x+1}$$

$$397. y = \frac{(x-5)^2}{(3-x)^2}$$

$$398. y = \frac{x^2-x-2}{(x-3)^2}$$

$$399. y = \frac{x^2-x-2}{x^2-5x-6}$$

$$400. y = \frac{3x^2-x-2}{2x^2-x-3}$$

LIVELLO INTERMEDIO

Studia e traccia il grafico delle seguenti funzioni:

401. $y = 2x - \sqrt{x}$

402. $y = x\sqrt{x^2 - 1}$

403. $y = x - \sqrt{x^2 - 2x}$

404. $y = 1 - \sqrt{x + 2}$

405. $y = 2\sqrt{x - 3} - 1$

406. $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$

407. $y = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$

408. $y = \sqrt{\frac{x - 2}{-x + 3}}$

409. $y = \sqrt{\frac{x^3 + 1}{x}}$

410. $y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 3}}$

411. $y = \frac{\sqrt{2 - x}}{x + 2}$

412. $y = \frac{\sqrt{x + 6}}{x - 6}$

413. $y = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x}$

414. $y = \frac{2 - x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

415. $y = \frac{3}{3\sqrt{x} + 1}$

416. $y = x\sqrt{\frac{x}{x - 3}}$

417. $y = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 1}}$

418. $y = e^{\frac{2}{x-1}}$

419. $y = e^{-\frac{1}{x}}$

420. $y = e^{-x^2}$

421. $y = e^{x^3-x}$

422. $y = xe^{x-2}$

423. $y = xe^{-x}$

424. $y = x^2e^x$

425. $y = e^{2x} - e^x$

426. $y = (x^2 - 1)e^x$

427. $y = (1 - x)e^{-x}$

428. $y = \frac{e^x}{x^2}$

429. $y = \frac{e^{-x}}{x}$

430. $y = \frac{x^2}{e^{3x}}$

431. $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

432. $y = \frac{e^x}{e^x - e}$

433. $y = \frac{e^x}{x - 1}$

434. $y = \frac{e^x}{2 - x}$

435. $y = \sqrt{e^x - 1}$

436. $y = e^x\sqrt{x}$

437. $y = e^{\frac{1}{x^3}}\sqrt{x}$

438. $y = e^{\frac{1}{2^x}}\sqrt{x + 2}$

439. $y = \frac{1}{e^{x^2}}$

440. $y = \ln(3x - 6)$

441. $y = \ln(x^2 - 1)$

442. $y = \ln(x - 2x^2)$

443. $y = 2\ln(x - 1)$

$$444. y = \ln \frac{x-2}{x}$$

$$445. y = \ln \frac{x}{x+3}$$

$$446. y = \ln \frac{x^2-4}{x}$$

$$447. y = \ln \frac{2}{x^2+4}$$

$$448. y = \ln \frac{x^2-2x+1}{x}$$

$$449. y = \ln \frac{4-x}{x+1}$$

$$450. y = x \ln x$$

$$451. y = x^2 \ln x$$

$$452. y = \frac{2}{\ln x}$$

$$453. y = \frac{x}{\ln x - 1}$$

$$454. y = \frac{\ln x}{x}$$

$$455. y = \frac{1 - \ln x}{\ln x}$$

$$456. y = \frac{\ln x + 1}{\ln x - 1}$$

$$457. y = x - 2 \ln x$$

$$458. y = \ln \frac{x-2}{x^2}$$

$$459. y = x \sqrt[3]{\ln x}$$

$$460. y = \frac{\ln^2 x - 1}{\ln x}$$

LIVELLO AVANZATO

Studia e traccia il grafico delle seguenti funzioni:

$$461. y = \frac{x}{|x^2 - 9|}$$

$$462. y = \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x-1}$$

463. $y = \frac{e^x}{|x-2|}$

464. $y = e^{\sqrt{\frac{x+2}{x-1}}}$

465. $y = \sqrt{|x| - 4}$

466. $y = \ln \frac{|x-2|}{x}$

467. $y = \ln \left| \frac{x-2}{x^2} \right|$

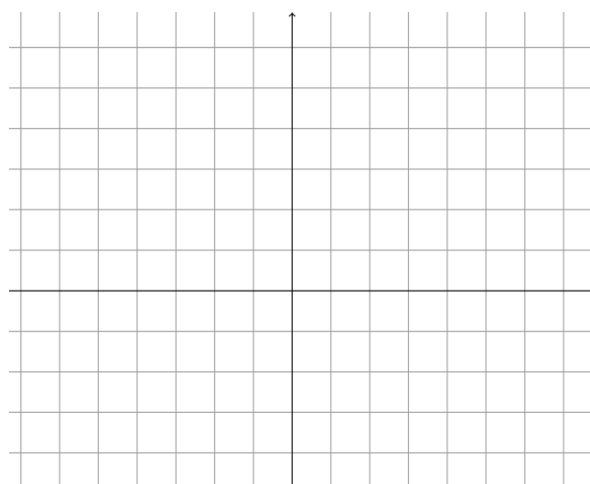
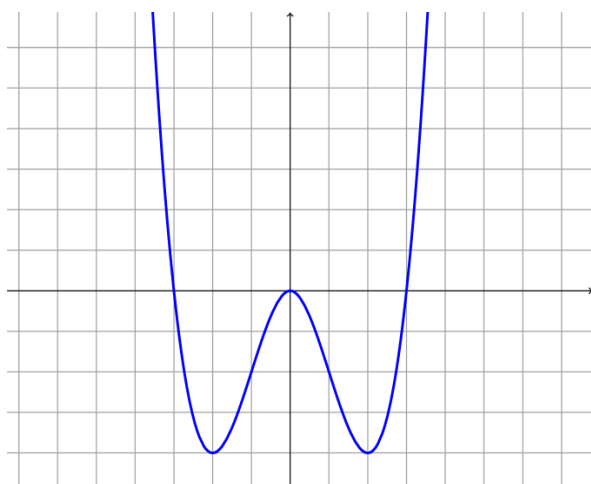
468. $y = \sqrt{\left| \frac{x-3}{x} \right|}$

469. $y = \left| \frac{x^2 - 9}{x} \right|$

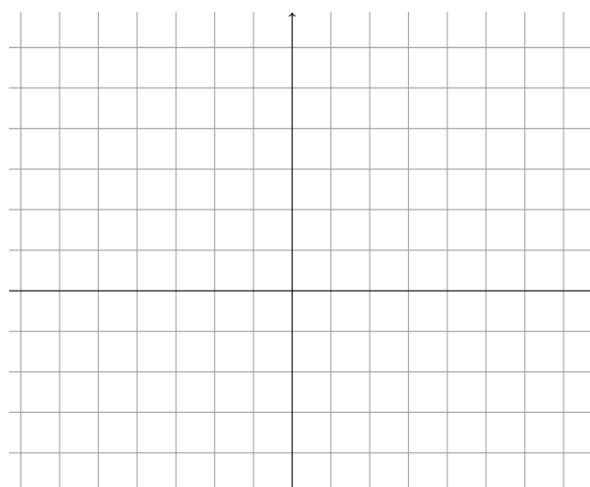
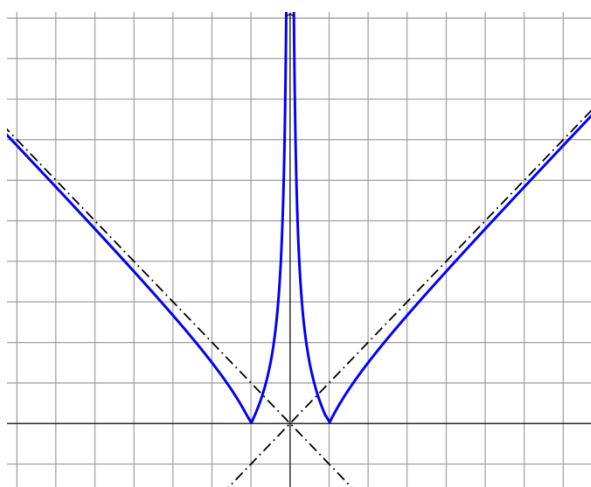
470. $y = |\ln \sqrt{1-x}|$

Dal grafico delle seguenti funzioni $f(x)$ deduci quello di $f'(x)$

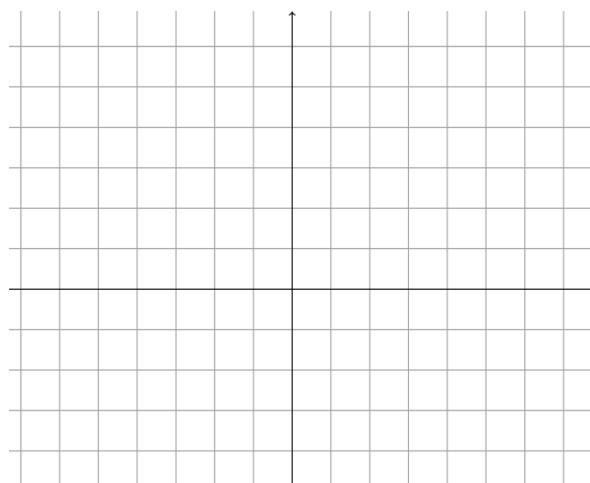
471.



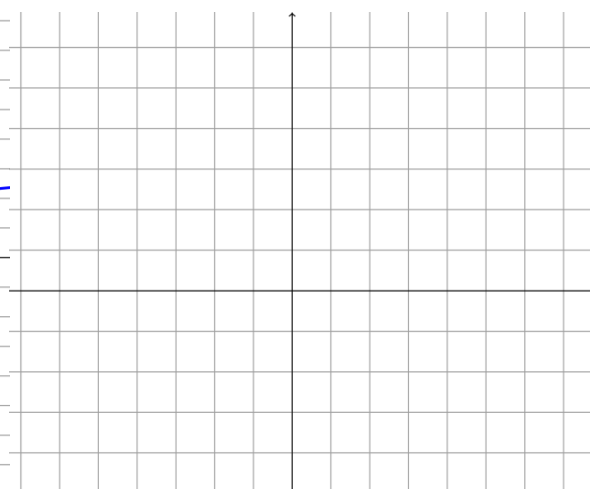
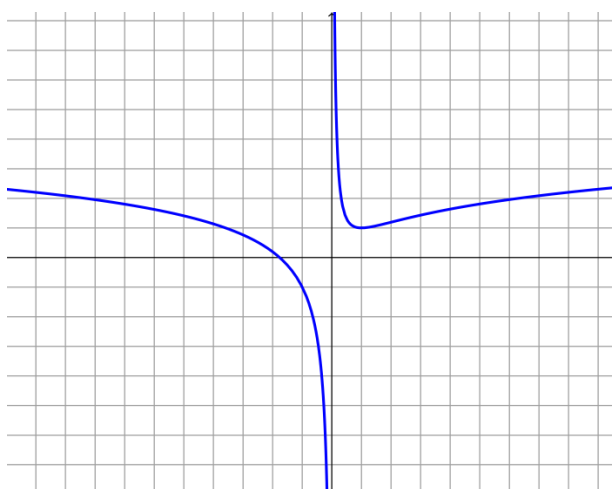
472.



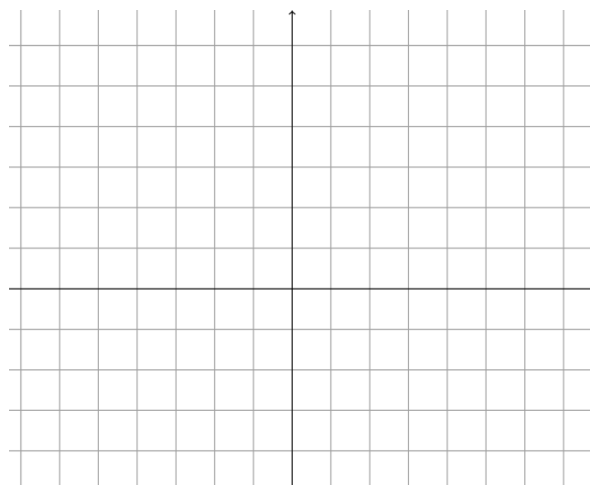
473.



474.



475.



476. Traccia il probabile grafico di una funzione $y = f(x)$ sapendo che:

- $D = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$
- Ha asintoti verticali di equazione: $x = -2$ e $x = 2$
- Ha asintoto orizzontale di equazione $y = \frac{1}{2}$
- Interseca l'asse y nel punto $A(0, 2)$

477. Traccia il probabile grafico di una funzione $y = f(x)$ sapendo che:

- $D = (-\infty, +\infty)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- Ha un flesso a tangente verticale in $(0,0)$

478. Traccia il probabile grafico di una funzione $y = f(x)$ sapendo che:

- $D = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^+$

479. Traccia il probabile grafico di una funzione $y = f(x)$ sapendo che:

- $D = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$
- Ha un punto di minimo in $m(-1, -2)$

480. Traccia il probabile grafico di una funzione $y = f(x)$ sapendo che:

- $D = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$
- Ha un punto angoloso in $(-2, 0)$