

8. ESERCIZI

PERMUTAZIONI SEMPLICI E CON RIPETIZIONE

LIVELLO BASE

1. Con tre elementi, per esempio A, B, C, quanti raggruppamenti a tre a tre si possono scrivere senza mai usare più di una volta un elemento? Scrivi questi raggruppamenti. [6]
2. I giocatori di una squadra di basket sono 5. In quanti modi diversi possono disporsi in campo? [120]
3. Quanti sono gli anagrammi, anche privi di significato, della parola FAVOLE? [720]
4. In quanti modi diversi possono disporsi 15 libri su uno scaffale? $[1.31 \cdot 10^{12}]$
5. Quanti sono gli anagrammi, anche privi di significato, della parola BANCO? [120]
6. Quante diverse classifiche finali può avere una gara ciclistica alla quale partecipano 9 atleti, escludendo che ci possano essere delle parità? [362.880]
7. Quanti sono gli anagrammi, anche privi di significato, della parola MATEMATICA? [151.200]
8. Quanti sono gli anagrammi, anche privi di significato, della parola LUCIDO? E della parola PATATA? [720; 60]
9. Quanti sono gli anagrammi, anche privi di significato, della parola MAMMA? [10]
10. I giocatori di una squadra di calcio sono 11. In quanti modi diversi possono disporsi in campo? [39.916.800]
11. Tra tutti i numeri di 9 cifre diverse fra loro e diverse da zero, quanti sono quelli le cui prime due sono, nell'ordine, 4 e 3? [5.040]

LIVELLO INTERMEDIO

12. In una famiglia ci sono, oltre ai genitori, 6 figli. Questi cambiano posto a tavola ad ogni pasto. Quanto tempo impiegheranno ad esaurire tutte le possibili posizioni? [360 gg]
13. Si devono disporre su uno scaffale 15 libri, di cui 10 scritti in italiano e 5 in inglese. In quanti modi si possono disporre se si vuole che quelli in inglese siano tutti alla sinistra di quelli in italiano? [435.456.000]
14. Tra tutti i numeri di 10 cifre tutte diverse fra loro, quanti sono i multipli di 10? [362.880]

15. Tra tutti i numeri di 10 cifre tutte diverse fra loro, quanti sono i multipli di 100? [nessuno]
16. Tra tutti i numeri di 10 cifre tutte diverse fra loro, quanti sono quelli le cui prime cinque cifre sono pari? [14.400]
17. Un sistemista del totocalcio vuole giocare tutte le possibili colonne in cui figurano 6 segni “1”, 4 segni “X” e 3 segni “2”. Quante colonne dovrà giocare?
 Nel caso in cui nella seconda e nella settima partita sia fisso il segno “1” e nella decima partita sia fisso il segno “X”; quante colonne dovrebbe giocare?
 E nel caso in cui nelle prime 4 partite sia fisso il segno “1”? [60.060; 4.200; 1.260]
18. Quattro coppie di amici vanno a cena in un ristorante. Viene assegnato loro un tavolo a 8 posti. In quanti modi diversi si possono disporre se si vuole che le quattro donne si siedano tutte sul lato del tavolo più vicino al muro e gli uomini sul lato opposto? [576]
19. Emanuele possiede 6 bottiglie di vini rossi diversi, 8 bottiglie di vini bianchi diversi e 4 bottiglie di spumanti diversi. In quanti modi li può disporre su uno scaffale, sapendo che gli spumanti devono stare a sinistra, i rossi al centro ed i bianchi a destra? [696.729.600]

LIVELLO AVANZATO

20. In quanti modi si possono disporre 5 oggetti distinti in 12 scomparti, in modo che non vi sia più di un oggetto per scomparto? [95.040]
21. In quanti modi si possono disporre 5 bottiglie di vino bianco, tra loro identiche, e 7 bottiglie di vino rosato, anch'esse identiche, in uno scaffale con 12 scomparti? E se gli scomparti fossero 15? [792; 360.360]
22. Sei italiani, 4 russi e 3 spagnoli devono sedersi in fila. In quanti modi possono farlo se le persone della stessa nazionalità devono stare vicine? [622.080]
23. Alessandra vuole sistemare su un ripiano vuoto della sua libreria 4 libri di inglese, 5 romanzi e 1 vocabolario. Calcola in quanti modi può disporre i libri se:
- possono essere sistemati in qualunque ordine;
 - i libri di inglese vanno messi vicini tra loro e i romanzi vanno messi vicini tra loro;
 - se i libri di inglese vanno messi vicini tra loro, mentre gli altri libri possono essere sistemati in qualunque ordine.
- [3.628.800; 17.280; 120.960]
24. Un gioco per bimbi è costituito da 9 cubi di legno. Calcola in quanti modi un bimbo può allineare i 9 blocchi, supponendo che:

- siano tutti di colori diversi;
 - 4 siano blu, 3 siano verdi, 2 siano gialli e che i cubi dello stesso colore siano uguali fra loro;
 - 4 siano blu, 3 siano verdi, 2 siano gialli e che i cubi dello stesso colore siano posti vicini tra loro;
 - 4 siano blu, 3 siano verdi, 2 siano gialli e che solo i cubi di colore blu siano posti vicini tra loro.
- [362.880; 1.260; 6; 60]

Risolvi le seguenti equazioni:

25. $7x! = (x + 1)!$ [6]
26. $(x + 2)! - 5x! = 5(x + 1)!$ [4]
27. $(x + 1)! - x! = 9(x - 1)!$ [3]

DISPOSIZIONI SEMPLICI E CON RIPETIZIONE

LIVELLO BASE

28. Formare tutte le parole, anche prive di senso, che si possono ottenere utilizzando tre lettere della parola FIORE. Quante sono? [60]
29. In quanti modi si possono sistemare cinque ospiti in un albergo che ha sette stanze libere? [2.520]
30. La combinazione di una cassaforte è data da una sequenza di 6 lettere scelte fra le 26 dell'alfabeto. Quante diverse combinazioni si possono comporre? [308.915.776]
31. In un autobus vi sono 15 posti numerati. In quanti modi diversi 6 persone possono occuparli? [3.603.600]
32. In quanti modi cinque insegnanti possono coprire tre ore di lezione in una classe? [125]
33. Un'insegna, costituita da una parola di 8 lettere, deve essere dipinta, colorando ciascuna lettera di un colore scelto tra 4 a disposizione. In quanti modi si può fare? [65.536]
34. Nel consiglio di amministrazione di una società, formato da 16 membri, si devono scegliere l'amministratore delegato ed il suo vice. In quanti modi diversi si può effettuare la scelta? [240]
35. Calcolare in quanti modi diversi possono essere sistemati in un ripiano della libreria 8 libri scelti tra i 18 a disposizione. [1.764.322.560]

36. In un cinema, una fila di poltrone ha 18 posti. Arrivano solo 4 persone a sedersi in quella fila. In quanti modi possono disporsi? [73.440]
37. Da un mazzo di 52 carte si estraggono tutte le carte di quadri, le si mescolano e se ne scoprono 6. In quanti modi diversi possono uscire le carte tenendo conto anche dell'ordine? [1.235.520]
38. Diciotto squadre di basket devono disputare fra loro tutte le possibili partite. Quante partite si faranno se per ogni coppia di squadre si deve fare una partita per ogni campo? [306]
39. Una cassaforte ha come combinazione 6 cifre diverse. Quante prove deve effettuare un ladro per poterla aprire? Quante diventano le prove nel caso in cui le cifre siano anche ripetute? [151.200; 1.000.000]
40. In quanti modi si possono scegliere i due rappresentanti in una classe di 24 studenti? [552]
41. In un supermercato si decide di contrassegnare ogni articolo in vendita con un codice alfanumerico di 5 caratteri, ciascuno dei quali può essere scelto tra le 26 lettere dell'alfabeto anglosassone e tra le 10 cifre. Qual è il numero massimo di articoli che si possono contrassegnare? [60.466.176]
42. In una società vi sono 60 soci tra cui bisogna eleggere un presidente, un vicepresidente ed un segretario. In quanti modi diversi si può fare la scelta? [205.320]
43. In quante diverse posizioni si possono inserire in uno scaffale 5 libri scelti tra i 60, tutti diversi uno dall'altro, che abbiamo a disposizione? [655.381.440]
44. Dodici atleti partecipano ad una gara. Quante possibilità di composizione del podio tra i diversi atleti ci sono? [1320]
45. Nel 2011 il campionato di serie A di basket è passato da 16 a 17 squadre. Negli anni successivi si prevede di giocare un campionato a 18 squadre. Calcola il numero di partite da giocare nei tre diversi campionati. [240; 272; 306]

LIVELLO INTERMEDIO

46. Un commerciante di abbigliamento deve allestire una vetrina in cui si trovano 8 manichini. Sui 3 manichini di destra vuole mettere 3 vestiti da uomo scelti fra gli 8 a disposizione e sui 5 manichini a sinistra vuole mettere 5 abiti da donna scelti tra i 9 a disposizione. In quanti modi si può allestire la vetrina, tenendo conto dell'ordine dei capi di abbigliamento? [5.080.320]
47. Quanti numeri di 4 cifre, tutte dispari ed eventualmente ripetute, si possono scrivere? [625]

48. In un supermercato si decide di contrassegnare ogni articolo in vendita con un codice alfanumerico di 5 caratteri, di cui i primi due siano lettere scelte tra le 26 lettere dell'alfabeto anglosassone e gli ultimi tre siano numeri da scegliersi tra le 10 cifre. Qual è il numero massimo di articoli che si possono contrassegnare? [676.000]
49. Quattro coppie di amici vanno a cena in un ristorante. Viene riservato loro un tavolo per 10 persone. In quanti modi diversi si possono disporre se si vuole che le quattro donne si siedano tutte sul lato del tavolo più vicino al muro e gli uomini sul lato opposto? [14.400]
50. Una biblioteca dispone di tre espositori per esporre le novità: uno riservato ai romanzi, uno ai libri gialli ed uno per le riviste scientifiche. In ciascun espositore si possono porre tre titoli. Questo mese tra le novità vi sono: 10 romanzi, 7 gialli e 4 riviste scientifiche. In quanti modi si possono allestire gli espositori, tenendo conto della disposizione dei libri? [3.628.800]
51. Le targhe automobilistiche sono costituite da 2 lettere, seguite da 3 cifre, seguite a loro volta da 2 lettere. Sapendo che le lettere possono essere scelte tra le 26 dell'alfabeto anglosassone, determinare quante automobili si possono immatricolare in questo modo. [456.976.000]

LIVELLO AVANZATO

52. In un campionato di pallavolo si gioca, tra andata e ritorno, ogni domenica per 34 settimane all'anno. Quante squadre dovranno essere ammesse al campionato? [18]
53. Quanti numeri di tre cifre si possono scrivere? [890]
54. Per quanti elementi distinti il numero delle disposizioni in classe 2 è 42? [7]
55. Le disposizioni di un certo numero di oggetti in classe 5 sono tante quante le disposizioni degli stessi oggetti a 4 a 4. Calcolare il numero di oggetti. [5]
56. Il numero delle disposizioni con ripetizione di n oggetti in classe 3 è 1.728. Quanti sono gli oggetti? [12]

COMBINAZIONI SEMPLICI E CON RIPETIZIONE

LIVELLO BASE

57. Un professore decide di interrogare a caso 3 studenti in una classe di 18 alunni. In quanti modi può effettuare la scelta? [816]

58. Nel gioco del lotto, quanti ambi si possono fare? E quante terne? E quaterne?
[4.005; 117.480; 2.555.190]
59. Questa settimana al lotto sono stati estratti i numeri 14; 26; 38; 55; 84. Si scrivano tutti i terni vincenti, ossia quelli che si possono formare con i numeri estratti. Quanti sono? E gli ambi? E le quaterne?
[10; 10; 5]
60. Una scuola organizza corsi di recupero pomeridiani di matematica, italiano, inglese, tedesco, economia aziendale, informatica, chimica e biologia. Uno studente può partecipare solo a 3 corsi. In quanti modi si può effettuare la scelta?
[56]
61. Nel gioco del poker ad un giocatore vengono date 5 carte prese a caso da un mazzo di 52 carte. Quante sono le differenti combinazioni di carte che il giocatore può avere in mano? [2.598.960]
62. In quanti modi si possono piantare 15 garofani identici in 3 fioriere? E se in ogni fioriera vi dovessero essere almeno 2 garofani?
[136; 55]
63. Un cartolaio espone in vetrina 6 astucci scelti fra i 10 a disposizione in negozio. In quanti modi può effettuare la scelta?
[210]
64. Si lanciano 3 dadi identici. Quante combinazioni di valori distinte possono uscire?
[56]
65. Un campionato di calcio è organizzato a girone di qualificazione di 4 squadre seguiti poi da scontri ad eliminazione diretta. Per comporre il primo girone si procede ad un sorteggio tra le 32 squadre partecipanti. Quante differenti possibilità ci sono di composizione del primo girone?
[35.960]
66. Due sposi devono scegliere quattro testimoni per il loro matrimonio: due per lui e due per lei. La sposa può scegliere tra 8 amici, lo sposo tra 14. In quanti modi possibili i due sposi possono scegliere i 4 testimoni?
[2.548]
67. Durante un esame, uno studente deve rispondere a 5 quesiti a scelta tra i 10 proposti. Quante possibilità di scelta ha lo studente?
[252]
68. Si vuole comporre un vassoio di 8 pasticcini scegliendoli tra 12 qualità diverse disponibili. Quante combinazioni di vassoi sono disponibili?
[75.582]
69. Un gruppo di 12 dipendenti di un'azienda decide di mandare una delegazione di 3 di loro a esporre delle lamentele alla direzione. Quante delegazioni sono possibili? Supposto che debba far parte della delegazione il rappresentante sindacale, che è uno dei 12 dipendenti, quante delegazioni sono possibili?
[220; 55]

LIVELLO INTERMEDIO

70. Dieci amici, dopo aver partecipato ad una cena, si salutano ed ognuno stringe la mano a tutti gli altri. Quante sono le strette di mano? [45]
71. In quanti modi diversi si possono distribuire 9 cioccolatini indistinguibili a 5 bambini diversi? E se ogni bimbo dovesse ricevere almeno un cioccolatino? [715; 70]
72. Si mescolano 12 carte e se ne distribuiscono 6 al giocatore A e 6 al giocatore B. In quanti modi diversi può avvenire la distribuzione? [924]
73. Si mescolano 12 carte e se ne distribuiscono 4 al giocatore A e 4 al giocatore B. In quanti modi diversi può avvenire la distribuzione? [34.650]
74. In un corpo di ballo vi sono 40 ballerine. Scelta la prima ballerina, determinare in quanti modi diversi può essere selezionato un gruppo di 5 ballerine compresenti. [575.757]
75. Si mescolano 12 carte e se ne distribuiscono 3 al giocatore A, 3 al giocatore B, 3 al giocatore C e 3 al giocatore D. In quanti modi diversi può avvenire la distribuzione? [369.600]
76. In quanti modi si possono assegnare 16 scrivanie uguali a 5 uffici, ammettendo anche il caso che a qualche ufficio non venga assegnata alcuna scrivania? E se ogni ufficio dovesse avere almeno una scrivania? [4.845; 1.365]
77. Si ripongono 18 bicchieri in 4 ripiani. Tenendo conto che alcuni ripiani possono anche rimanere vuoti, quante configurazioni è possibile realizzare? [1.330]
78. Una commissione deve essere composta da 8 persone scelte tra 12 candidati: 6 uomini e 6 donne. Quante possibilità vi sono di formare la commissione se non vi sono restrizioni di alcun tipo? E nel caso in cui la commissione debba essere divisa equamente tra donne e uomini? [495; 225]
79. Un comitato scientifico di una rivista deve essere formato da 6 persone che vanno scelte tra 10 fisici e 8 biologi. Quante possibilità vi sono di comporre il comitato scientifico se si vuole avere lo stesso numero di fisici e di biologi nel comitato? [6.720]
80. Da un'urna contenente 12 palline blu e 18 palline gialle si estraggono in blocco due palline.
- In quanti modi può essere effettuata la scelta? [435]
 - In quanti modi può essere effettuata la scelta di due palline gialle? [153]
 - In quanti modi può essere effettuata la scelta di una pallina blu e di una pallina gialla? [216]
81. Da un mazzo di 40 carte si estraggono successivamente 8 carte. In quanti modi si possono

estrarre:

- 2 carte per seme; [4.100.625]
- 4 carte di quadri, 3 di fiori e 1 di cuori; [252.000]
- 8 carte dello stesso seme. [180]

82. Determinare in quanti modi si possono estrarre 6 carte da un mazzo di 52 carte. E se fossero tutte di picche? E se fossero tutte dello stesso seme? [20.358.520; 1.716; 6.864]

LIVELLO AVANZATO

83. In una classe di 23 studenti si devono formare una squadra di calcio ed una di pallavolo. In quanti modi diversi si possono formare le due squadre, se nessuno studente può appartenere ad entrambe? [1.249.320.072]
84. Un lotto di 20 telefoni cellulari ne contiene 4 difettosi. Viene scelto a caso un campione di 3 telefoni tra i 20 a disposizione. Quanti dei possibili campioni contengono almeno un pezzo difettoso? [580]
85. Il numero delle combinazioni di n oggetti in classe 5 è $\frac{21}{10}$ di quello delle combinazioni in classe 3. Quanti sono gli oggetti? [10]

Risolvi le seguenti equazioni:

86. $\binom{x}{6} = \binom{x}{5}$ [11]
87. $\binom{x}{3} + \binom{x}{5} = \binom{x+1}{3}$ [7]
88. $\binom{x}{4} = \binom{x}{3} - \frac{1}{2}\binom{x}{2}$ [4; 5]

ESERCIZI DI RICAPITOLAZIONE SUL CALCOLO COMBINATORIO

LIVELLO BASE

89. In una libreria vi sono: 15 libri di narrativa, 12 di carattere scientifico e 8 gialli. Si vuole scegliere una terna di libri, uno per tipo; in quanti modi è possibile la scelta? [1.440]
90. Riccardo va in vacanza in treno: ricorda che dopo Genova ci sono cinque fermate, ha in mente i nomi delle stazioni, ma non ricorda in quale ordine si susseguono. In quanti modi possibili Riccardo può incontrare le cinque stazioni? [120]

91. Un ristorante presenta dei menù a prezzo fisso consistenti in un primo piatto, da scegliersi tra 5 proposti dal ristorante, in un secondo piatto, da scegliersi tra 3 proposti, in un dessert, da scegliersi tra dolce o frutta. Tra quanti menù diversi può scegliere il cliente? [30]
92. Si deve formare una commissione composta da un calciatore, un giocatore di pallavolo ed un giocatore di basket. Per farlo si deve scegliere il primo tra una squadra di 11 giocatori, il secondo tra una squadra di 6 ed il terzo tra una squadra di 5. Quante commissioni diverse è possibile formare? [330]
93. Un'urna contiene 8 palline numerate da 1 a 8, un'altra urna contiene 5 palline numerate da 1 a 5. Determinare in quanti modi, estraendo una pallina da ogni urna, si possono avere i seguenti casi:
- una coppia qualsiasi; [40]
 - due numeri dispari; [12]
 - un numero pari ed uno dispari, indipendentemente dall'urna; [20]
 - un numero divisibile per 3 e uno non divisibile per 3, indipendentemente dall'urna; [14]
 - due numeri la cui somma è 9. [5]

LIVELLO INTERMEDIO

94. Si vogliono suddividere 22 ragazzi per formare due squadre di calcio. In quanti modi diversi lo si può fare? [705.432]
95. Si lancia 6 volte una moneta. Quante sono le possibili successioni di T (testa) e C (croce) che si possono avere? [64]
96. In quanti modi diversi si possono sistemare su una fila di 8 sedie numerate 5 ragazzi e 3 ragazze sapendo che i ragazzi sono tutti vicini e le ragazze sono tutte vicine? [1.440]
97. Quattro bimbi devono dividersi 12 caramelle uguali. In quanti modi possibili possono farlo, ammettendo che qualcuno potrebbe anche non riceverne nessuna? E se ciascuno dovesse riceverne almeno una? [455; 165]
98. Quattro amiche partono per un viaggio in automobile. Solo tre hanno la patente. In quanti modi diversi possono disporsi? [18]
99. Un insegnante di italiano propone 5 temi. In quanti modi diversi i 23 alunni possono scegliere un tema da svolgere tra quelli proposti? [5²³]

- 100.** Calcolare in quanti modi è possibile sistemare in 8 cassetti 6 oggetti alle seguenti condizioni:
- gli oggetti siano distinguibili fra loro ed in ogni contenitore debba essere posto al massimo un oggetto; [20.160]
 - gli oggetti siano distinguibili fra loro ed in ogni contenitore si possano mettere anche più oggetti; [262.144]
 - gli oggetti siano indistinguibili fra loro ed in ogni contenitore debba essere posto al massimo un oggetto; [28]
 - gli oggetti siano indistinguibili fra loro ed in ogni contenitore si possano mettere anche più oggetti. [1.716]
- 101.** Una sede produttiva di una casa automobilistica ha nella propria catena produttiva 6 modelli diversi di automobili. In quanti modi diversi può giungere alla sede un ordine di 40 automobili? [1.221.759]
- 102.** Una scatola contiene 15 lampadine di cui 4 difettose.
- Quanti campioni di 3 lampadine si possono prendere?
 - Quanti campioni di 3 lampadine si possono prendere, in cui tutte le lampadine siano difettose?
 - Quanti campioni di 3 lampadine si possono prendere, in cui solo una lampadina sia difettosa? [455; 4; 220]

LIVELLO AVANZATO

- 103.** Nella prima fila di un'aula devono sedersi 8 studenti: 6 ragazzi e 2 ragazze. Calcolare in quanti modi possono disporsi se:
- possono sistemarsi come vogliono;
 - i ragazzi devono stare vicini tra loro e così anche le ragazze;
 - le ragazze devono stare vicine tra loro, ma i ragazzi possono disporsi come vogliono. [40.320; 2.880; 10.080]
- 104.** Dei 60 dipendenti di un'azienda, 30 sono laureati, 20 sono diplomati e 10 hanno la licenza di scuola media. Per un'indagine interna si vuole utilizzare un campione in cui sia rappresentato casualmente il 10% di ognuno dei gruppi. Quanti sono i possibili campioni differenti? [7.714.000]
- 105.** Si deve formare un comitato costituito da 3 uomini e 2 donne, scegliendo i componenti in un gruppo costituito da 7 uomini e 5 donne. In quanti modi si può formare il comitato? E se tra i 7

uomini ce ne fossero due che non ne volessero far parte contemporaneamente? [350; 300]

106. Un vigile vede un'automobilista commettere una grave infrazione: non riesce a fermare l'autoveicolo ma sa che è una vettura rossa e riesce a leggere parzialmente la targa. Le prime due lettere sono, nell'ordine, D ed F, gli ultimi due numeri sono, nell'ordine, 0 e 1. La targa è costituita da due lettere, seguite da tre cifre, seguite da altre due lettere; ciascuna lettera può essere una qualsiasi dell'alfabeto anglosassone di 26 lettere tranne I, O, Q, U; mentre ciascuna delle cifre può essere un numero intero qualsiasi compreso tra 0 e 9 inclusi. Supponendo che le macchine rosse siano un ventesimo del parco circolante, quanti sono approssimativamente i possibili colpevoli dell'infrazione? [242]

107. Un'urna contiene 12 palline: 5 blu numerate da 1 a 5, 4 rosse numerate da 6 a 9 e 3 gialle numerate da 10 a 12. Si estraggono successivamente, reimmettendo la pallina estratta nell'urna prima della successiva estrazione, 4 palline. Calcolare in quanti modi è possibile:

- estrarre le 4 palline;
- estrarre le 4 palline di cui esattamente 2 blu.

Ripetere l'esercizio nel caso in cui non vi sia reimmissione e nel caso in cui le palline siano estratte contemporaneamente. [12⁴, 7.350; 11.880, 5.040; 495, 210]

108. Un'urna contiene 12 palline: 4 blu numerate da 1 a 4 e 8 rosse numerate da 5 a 12. Si estraggono successivamente, senza reimmissione 5 palline. Calcolare in quanti modi diversi è possibile estrarre:

- 5 palline rosse; [6.720]
- 4 rosse e una blu, in quest'ordine; [6.720]
- 4 rosse e una blu, in ordine qualsiasi; [33.600]
- 3 rosse e 2 blu, in ordine qualsiasi; [40.320]
- almeno 4 palline rosse; [40.320]
- al massimo 4 palline rosse. [88.320]